Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

1. 6. 277

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

A

1.6.277

DA22 614

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

ÆRARII PHILOSOPHIÆ MATHEMATICÆ TOMVS TERTIVS,

IN QVO

Reliqui quatuor libri elementares de planis applicati. &c.
Epilogus Planimetricus,
Breuiarium ſpeculatiuum, & practicum de curuis, & ſolidis cum facillimis, ac nouis demonſtrationibus, & Materiæ plurium Tomorum indicatæ.

Cum Indicibus viginti communibus Secundo, & Tertio huic Tomo.

BONONIÆ M.DC.XLVIII.
Typis Io. Baptiſtæ Ferronij. Superiorum permiſſu.

II
P.V
219
L. 4. 11

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

V.D.Andreas Cuttica Sacræ Pœnitentiariæ Rector, pro Eminentiss. ac Reuerendiss. Card. Ludouisio Arch. Bonon. & Principe.

Imprimatur. F. Io. Baptista Spadius Magister, pro Reuerendiss. P. Inquisit. Bonon.

Ego Cæsar à Bosco in Prouincia Veneta Præpositus Prouincialis, potestate ad id mihi facta ab Admodum Reuer. P. Nostro Vincentio Caraffa Præposito Generali, facultatem concedo, vt opus, quod inscribitur: *Aerarij Philosophiæ Mathematicæ Tomus Tertius* à Patre Mario Bettino Bononiensi è Societate nostra conscriptum, & trium Doctorum Virorum Nostræ Societatis iudicio approbatum Typis mandetur, si ita ijs, ad quos pertinet, videbitur.

In quorum fidem has literas manu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus.

Bononiæ Kalendis Decembris, anno 1646.

Cæsar à Bosco.

Locus † Sigilli.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Ecclesiastici cap. 24, vers. 31, vbi Sapientia eloquitur:

Qui elucidant me vitam æternam habebunt.

In eius præmij finem Geometricæ huiusce Sapientiæ potior pars, ac verè solidior de solidis, antehac studiosis vt plurimum inaccessa, breuiter, nouiter, ac luculenter elucidata est in 2 parte huius 3 Tomi.

REGISTRVM —
— huius Tertij Tomi vide in fine Indicis vltimi. &c.

ERRORES —
— Grauioris momenti aut nullos, aut correctos habes, amice Lector.

Monitum pro alijs impressionibus Ærarij.

Vt minori cum impensa fieri possint (si sit opus) aliæ Ærarij impressiones, formæ ligneæ, ac æreæ pro figuris asseruantur in Bibliotheca Collegij Bonon. Soc. Iesu.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

1.6.272

IV

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Illuſtriſs. ac Reuerendiſs. D.

D. IO. BAPTISTÆ ZECCADORO

BONONIÆ PROLEGATO,

In Prouincijs Bonon. Ferr. Aemiliæ Commiſsario Generali,

Et Foroſempronij electo Epiſcopo

FELICITATEM.

AErarij Philoſophiæ Mathematicæ, hoc eſt inter ſcientias humanas aureę, quid ni Tomus ſaltem hic tertius Ærario aureo (*vulgò, al Zeccadoro*) tibi ſcilicet, Illuſtriſsime, ac Reuerendiſsime Præſul, agnomine, moribus, ac meritis verè aureo debeatur? Tibi, quem argenteo, & aureo benignitatis fulgore afflat, ac planè Illuſtriſſimum reddit Pontificia ter Maximi Innocentij Columba, cuius (vt regius Vates cecinit) *pennæ deargentatæ, & poſteriora dorſi eius in pallore auri*. Vt meritò huius Ærarij Mathematici

Aerarium ærario cō-gruit.

Pontificia beneuolē-tia.

Pſal. 67.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Author in Breuiarij sui Stereometrici (quod secunda pars est huius tertij Tomi) problemate decimo, atq; ex o dico, figuram permiserit, in qua Pontificia Columba est alis, quasi beneuolentiæ vlnis, expansis, & capite ad gentilitij tui Stemmatis auream segetem obuerso, à cuius gemino sole oculorum tibi fæcunda, ac secunda omnia proueniunt.

Videatur citata figura, vt hæc intelligantur.

Quis enim aliunde tuas laudes ampliores, aut veriores requirat, quàm ab eo, cui diuinum adstare Spiritum gentilia ipsa Columba testatur? Ille te suis Pontificijs in Diplomatibus non vno verborum exornat oraculo: *litterarum scientia, vitæ, ac morum honestas, aliaq; laudabilia probitatis, & virtutum merita, quibus ornatum te esse cognoscimus.* &: *de cuius fide, experientia, scientia, & in rebus agendis dexteritate plurimam in Domino fiduciam habemus.* & appellat *dilectum filium*, quem constituit *de latere Legati Vicelegatum, & motu proprio, & ex certa Scientia, & matura deliberatione suis, deque Apostolicæ potestatis plenitudine suum, & Apostolicæ Sedis Commissarium*, cum amplissimis, & extraordinarijs facultati-

Diuinus Spiritus in Columba Pontificia.

Pontificia Elogia in Illustrissimum Præsulem.

Pontificia beneficentia.

bus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

VI

bus in tribus Legationibus Bononiensi, Ferrariensi, Romandiolensi; vt sub augustissimo Innocentio pacem ecclesiasticas ditiones fouentem tu bellicà tuà prouidentià, & tacito armorum apparatu (quod & strenuè prestitisti) munires.

Nec mirum. Quid enim aliud, quam pacis iussa expectes à Colũba pacis oleam gestante? Ac rectè in citati exodici problematis figurà Columbam vides Pontificijs Petri clauibus non oneratam, sed ornatam, ac torquatam, cum epigraphe à Poetarum Principe: *claudentur belli portæ*. Electa Verba sunt è vaticinio de florente pacis otio Romanum per Orbem vernaturo sub Augusti pacatissimi Principis Imperio. *Videatur cit. figura, & hac intelligãtur.*

—diræ ferro, & compagibus arctis
Claudentur belli portæ: furor impius intus *Aen. 1.*
Sæua sedēs super arma, & centum vinctus ahenis
Post tergum nodis fremet horridus ore cruento.

Scilicet post cruentum Martis diluuium, quo ecclesiasticus ager nuper inundarat, opportunè pacifica è cœlo aduolauit Columba, quæ non solum mitem oleam, sed *Iris pacis nũtia etiã in coloribus Columbæ.*

etiam

etiam nuntiam pacis Iridem ſecum ipſa geſtat, dum

Virg.

—— croceis ex alto roſcida pennis
Mille trabit varios aduerſo Sole colores.

Illa ſuis tibi pennis irradiat, dum tibi adſcribit illuſtria pacis munia, quem nuper experta eſt in bellis non imbellem.

Quo ſcilicet tempore Cimmeria temerarij Mauortis tempeſtas ſub infauſto, & infeſto ſydere, doloſo, & inopinato impetu lætis Autumnali ſuburbano otio Flaminiæ populis repente incubuerat, apud pacatos, innocentes, & inermes fœdiſſima, & ſæculis omnibus deteſtanda, quacumq; ruebat, relinquens veſtigia. Maronis tuba tunc verè intonuit:

Degeneres animos timor arguit.

In Cæſena præfectura ſingulare facinus bellicæ fortitudinis in bonum publicum.

Vnus tu dum id temporis Cæſenæ cum poteſtate præſideres, aduentantis hoſtis veſanas minas aſpernatus, Martij torrentis violentum impetum firmiſſimo tui pectoris obiecto robore fregiſti, atq; alio inuitum inuictus auertiſti. Vnus tu tot Populorum, Picennorum, Vmbrorum, Romandiolorum tibi ſuas fortunas, vxores, liberos, vitam ipſam debentium incolumi-

tati

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

tati conſuluiſti, quos populabundus ille turbo, te cedente, miſerandis cladibus inuoluiſſet. Vnus tu eccleſiaſticorum armorum, & Pontificiæ maieſtatis bellica dècora nutantia confirmaſti, corruẽtia ſuſtinuiſti, ac palam omnibus prodidiſti Pontificias Petri Claues coniuratis hoſtibus formidandas, ſi quando à viris fortibus, & prudentibus, hoc eſt à tui ſimilibus, in igniuoma belli fulmina verterentur. Vnus tu hoc immortali, & ſæculis omnibus laudando facinore te demum Eugubinum heroa præſtitiſti, hoc eſt eius Vrbis patritium, in qua, tanquam in Martis Aerario, quot capita (ſententia eſt Sereniſs. ac extremi Vrbinatium Ducis) totidem ſtrenui exercituum Duces excuduntur. *Eugubinorum martialis genius.*

Sapientiſſimi Principis veriſſimam ſententiam ſuo firmauit exemplo Illuſtriſſimus Germanus tuus Carolus Zeccadorus, dum elapſis proximè annis pro publica, & Eccleſiaſtica re ſtrenuus peditum, ac equitum ductor ſtetit in armis, acer, alacerq; pugnauit, hoſtili ferro ferocior, & contempta Morte viuacior, plenus animi fortiter effundendi pro Chriſti Domini, Deiq; in- *Illuſtriſſimi Caroli Zeccadori Martium pectus.*

ter-

terris Vicario. Vt alias pugnas ommittam, viget in sæculorum memoriam illustris, ac aliarum prima ad Creualcorium victoria, cuius ille non exigua pars fuit, hostibus cęsis, fusis, fugatisq;

Post Cesenaticam gubernationem Fani te Præfectura inter mixta lacrymis gaudia excepit, dum eodem in itinere Cesenatum publicus è tui discessu dolor te prosequeretur, publica tibi Fanensium gaudia occurrerent: ac vna erat lacrymarum, & gaudiorum communis causa, scilicet in vtraq; Vrbe summa erga te animorum beneuolentia. Quam tu Fanensibus abundè rependisti, & rebus à te præclarè gestis apertè confirmasti, dum id temporis suburbana maria hostili classe Fani mænia infestarent. Quæ tua tunc animi fortitudo, prouidentia, vigilantia? Sanctè testari possunt qui plurimi tibi Fanenses adstiterunt, ac mirabundi viderunt diù, noctuq; per mænia circumcursantem, nouis adstructionibus infirma munientem, omnia circumspicientem, verbis, & exemplo ad strenuam Patriæ propugnationem ciues inflammãtem, vigiles excubias agitantem, breuissimi soporis

In Fani præfectura præclara facinora.

poris

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

poris vix partem aliquam libare mænibus ipsis incubantem; ac ideo dignum cuius inuictum animi robur pro Ecclesiasticæ rei publica incolumitate Cesena, & Fanum, ceu geminum, & immortale nominis, ac famæ tuæ monumentum, terra, mariq; deprædicent.

Ecce autem dum armatis Adriaci maris fluctibus obluctaris, repente sæui discordiarum ignes inter auxiliarios milites, & ciues armatos emicuerunt. Vix te primi fulgores afflarant, cum statim equum inscendisti, & cum aperto vitæ discrimine, nocte intempesta, inter infestas acies, & igneam grandinem medius insilijsti; & oris præsenti auctoritate, nunc graui vocis obiurgatione, nunc minaci prece, nunc miti sermonis adhortatione obtinuisti, vt, abiectis vtrimq; armis, obuiæ dexteræ in mutua pacis fœdera iungerētur, & amica conspiratione simul omnes in exterū, & communem hostem rursus obarmarentur. *Armata seditio sedata.*

Deniq; post marinum Martē extra mænia pacatum, intra mænia rursū popularis coorta tempestas fluctuantibus odio animis in ciuē vnum primarium publica defe- *Ciuilis altera seditio sedata.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

ctione sæuiebat; quam tu periculoso, ac difficillimo tempore, scilicet Ecclesiastico interregno, facillimè, ac celerrimè sedasti; & quod olim fortunæ Fanum prophanum fuit, tu Sacrum publicæ Paci templum condidisti.

Fanum a fortuna olim Fano appellatum.

Quæ propter spectatissima in bello pro pace tua promerita maximus, & augustissimus *Rex hominum, Diuumq; Sacerdos* Innocentius te (sic appellat) *Commissarium Generalem* Ecclesiasticorum armorum, ac munitionum tribus in Prouincijs (vt prædictum est) amplissimo diplomate promulgauit.

Virg.

Ecclesiasticorum armorum Cōmissarius Generalis, &c.

Ac tu statim in finibus agri Bononiensis Castelfranchi Arcem, Pontificij regni primarium propugnaculum, & inexpugnabile Martis domicilium, post finitima superiorum annorum bella exarmatum, ac præterea in Vrbis Bononiensis regio Prætorio publicum armamentarium breuissimo tempore omni armorum, & bellici apparatus genere copiosè instruxisti; ne scilicet Bononiæ Minerua vel in Vrbe, vel in agro sit inermis, ac repētè, si res poscat, existat in armis.

Castelfrāchi Arx, & vrbis armamētariū munita.

In

In prolegatione Bononiensi Iustitia.

In honorificentissima verò tua istà Bononiensi Prolegatione (iam pridem vltra consuetum triennium tibi non roganti prorogata) nobilissimam hanc meam patriam, ac tot insignium doctrina virorum laureato cætu florentissimam tam æquo regis iure, ac dirigis, vt neutram commissæ tibi publicæ Iustitiæ lancem vel auara munera deprimant, vel neglecti iuris impatientia eleuet, vel à iure dolosè declinantes ambages circumagant, sed omnia maturo iustæ rationis in æquilibrio expendas, ac potius tu de tuo non rarò aliquid impendas, quàm quidquam alieni iuris depereat. Tibi enim ipse conscius es non mentiri publicam de te famam ab alijs promulgatam, quibus tu eam pæcuniæ partem, quæ ad te iusta mulctatione pertinebat, vltronea liberalitate remiseris, vt quibus iusta causa deerat, tua non deesset pecunia.

Erga infimos pietas, & misericordia.

Vidi ego dum tu plerumq; etiam ab infimæ plebis mulierculis, & egenis supplices pro iure syngraphas humanissimè acciperes, ac statim ijsdem aliquid stipis elargiebare, quasi earum ad te preces emeres, ac ostenderes, tibi duas in vna manu esse

palmas, alteram Iuſtitiæ, liberalitatis alteram, dum qua ſupplices chirographos accipis, eàdem, eodemq; momento ſtipem etiam non rogantibus erogas. Quam verò faciles omnibus horis omnium ordinum ad te aditus! Somno, menſæ, tibi ipſe dees, vt omnibus adſis. Non ſolum petentes ſtatim admittis, ſed tu ipſe in grauiſſimis tuis, ac domeſticis negotijs ſubinde petis adſint ne qui te, vel abs te aliquid petant, vnus omnibus ſemper expoſitus. Humaniſſimè verò ſingulos admiſſos quantà comitate, quibus verborum officijs vel iuri renitentes ad æqua illicis, vel iniurià preſſos eleuas, ac ſolaris! Difficillimas, ac numero penè infinitas controuerſias vel inter priuatos, vel à priuatis ad publica diſſidia, & periculoſas Ciuitatis factiones tacitè ſerpentes peruigili tua prouidentia maturè, ac radicitus exſcidiſti, tanta in aſperioribus aliquando vel animis, vel remedijs lenitate vſus, vt qui paulò antè grauiter, ac periculosè inter ſe diſſidebant, ad te vnum in vnum pacatis animis conuenirent, & amicas, nuper inimici, gratiarum actiones publica cũ laude tibi rependerent.

Facilitas, & aſſiduitas audiendi.

Pacata diſſidia.

Dum

Dum verò publicus æqui arbiter ciuiles audis controuersias tam prompta, & à scientia iuris exacutà ingenij tui acie gordianos controuersiarum nodos intercìdis, diuidis, absoluis, vt viri iuris prudentia præstantes summa cum admiratione à te discant quæ publicè deprædicent, ac doceant. Nimirum quemadmodum fortitudinis, ita & scientiæ semina, & copiam, habes non modo intus ab ingenij studio, sed extra etiam à Patriæ genio Eugubino ad arma æquè, ac ad scientias aptissimo Conciuium tuorum complurium Iurisprudentiæ, Medicæ, ac Physicæ Philosophiæ, Sacræ, prophanæq; eruditionis doctissima monumenta testantur Eugubij Martem esse non modo armatum, sed & togatum.

Publici iuris prudentia.

Eugubini scientijs illustres.

Quod si quod aliquando vel exiguum anni tempus, silente foro, tibi vacat, id tu non leuibus animi laxationibus impendis, sed eruditæ lectioni, ac in primis Moralis Philosophiæ auditioni ab huius Aerarij Authore tui obseruantissimo, & olim in Parmensi Academia eius Philosophiæ publico Doctore; vt omnium priuatarum, & publicarum actionum humanarum è

Moralis Philosophiæ studium.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

rectæ rationis præſcripto dirigendarum primos, ac ſupremos in ea ſcientia fontes apertos videas, ac de iure priuato, & publico æqua pronunties non modo ex aliena ſententia, ſed etiam è Philoſophici animi certà ratione, ac ſcientia. Tam vtilis publicè, & priuatim Philoſophiæ voluptate mirum eſt quantum ipſe capiare. Virtutum genera, & præcepta, quæ ab Aerarij Authore audis, ipſe opere cùm in omnes, tum in ipſum ſpeciatim exhibes, vt philoſophicæ in te ſegetis vberrimos fructus, ſcilicet benemoratæ in rebus omnibus temperationis, magnanimitatis, benificentiæ recipiat.

Beneficentia in amicos Authoris.

Tu illi amica, & cariſſima tibi capita, luctis olim, & gladiatorijs luctibus infracta, tibi debiti obſequij cauſa inſanis iactata vndis cænoſæ, ac fruſtra remis pulſatæ paludis, & furiali proterui Aquilonis concuſſa turbine, pacatiſſimo, ac tutiſſimo beneuolentiæ, ac patrocinij tui portu excepiſti, fouiſti, recreaſti.

In ipſum Auctorē.

Tu ipſum Ærarij Authorem etiam apud Principes viros crebris, publicis, & honorificis de eius virtute, ac Doctrina deprædica-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

dicationibus absentem decorasti, præsentem singularibus beneuolentiæ significationibus amplecteris. Quibus ille tibi deuinctus, non vt se à tam caris vinculis absolueret, sed vt tibi aliquam saltem grati animi significationem solueret, tertium hunc Ærarij Tomum dicatum voluit, vt quantum ille tibi debeat, etiam apud posteros testaretur.

O iucundam illius diei Memoriam, dum Ærarij Author in suburbano Autumnali secessu corporis, animiq; vires assiduis commentationibus, & typographijs fractas tantisper reficeret, ac tu illum humanissimè inuisurus repente, ac improuisus superuenisti. Scilicet modestiæ tuæ dolo, vt ab eo, eiusq; socijs frugali mensa exciperere, dum tu interim ibi omnes, ac singulos singulari excipiebas comitate. *Humanitas.* *Modestia.*

Iamq; Autumnalibus ferijs exactis, Ærarij Author in Vrbem descenderat, cum ecce iucundissimus illi præ omnibus, ac certissimus Roma perlatus est Nuntius te Dei, & Apostolicæ Sedi Præsidẽtis Innocentij Optimi Maximi Pontificis, tibi beneuolentissimi, regià gratià Forosemproniensis Epi-

XI

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Forosem-proniensis Episcopatus omina geometrica.

ſcopatus inſulis decoratum. Ac peropportunè dum Ærarij Author in hoc tertio Tomo Pentagonum Regulare ope lineæ proportionaliter ſectæ deſcriberet; quaſi in ea figura (quæ Epiſcopalis thiarę formam, & ſymbolum refert) verè diuinaret, ſcilicet è lineæ ſectione, quam (ob præclariſſimos in Geometrica Philoſophia vſus) diuinam appellant. Paulo etiam ante in Breuiario Stereometrico ſolida elementaria vnam in turrim conſtruxerat, & eccleſiaſticis vſibus aptarat, quaſi tibi templum abſtractæ à ſenſibilibus Sapientiæ appararet. Sed quid opus eſt diuinationibus geometricis de ſacra paſtorali tua dignitate coniectari? Vel ipſa gentilitij tui ſtemmatis meſſis triticea iam pridem te paſtorem animorum ominabatur; ſcilicet pro ſymbolo, ac indice tibi non deeſſe copioſam alendis animis annonam Sapientiæ flaueſcentis aureo colore paſtoralis Charitatis.

Acceſſit igitur opportunè hoc etiam Epiſcopi nomen, quo tibi tertius hic Ærarij Tomus debeatur. In quo de proportionibus, de circulo, de ſolidis Author mirifica, & perutilia philoſophatur. Siue

enim

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

enim Sacrorum voluminum lectioni te impendas, vt creditis tibi rationalibus ouibus æternæ vitæ pabula præbeas, mirum eſt quãtum præſidij ad Sacrorum antiquorum rituum, vaſorum, ædificiorum intelligentiam conferat ſolidarum geometricarum figurarum, & proportionum cognitio. Cuius rei luculentum patet ſpecimen in doctiſſimis, & eruditiſſimis Villalpandi (Authoris Aerarij conſocij) cõmentarijs in Sacrum Vatem Ezechielem. Siue populis (vt & nunc hic Bononiæ) publicam adminiſtres Iuſtitiam, habes ab huiuſce Tertij Tomi de proportionibus doctrinà vnde noris Iuſtitiæ diſtributiuæ potiſſimum opus in geometricà (quemadmodum commutatiuæ in arithmeticà) exercendà proportione verſari. Siue deniq; te verè Epiſcopum, hoc eſt virum Apoſtolicum (quod facis) præſtiteris, in hoc eodem volumine habes pro Apoſtolico Epiſcopo documẽta ab inſcriptione in Circulo Pentagoni. Nam Apoſtoli circuli, ſiue rotæ appellantur, quæ ſuper terram, iuxta ſacra oracula, eleuantur, & per orbem voluuntur, vt Euangelia promulgent. Epiſcopalis ergo thiara in circulo

Tertij To. Aerar. materia Prolegato, & Epiſcopo congruit.

Circulus Apoſtolici Viri Symbolum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

lo animum in te ostentat ab infimis auaritię sordibus eleuatum; cui quemadmodum Episcopalis dignitas (iurati testari possunt ij, quibus magnanimi tui pectoris arcana patescunt) vt minimè dicam, prorsus non optanti obtigit, ita Episcopales non opes, sed opus bonum, de Apostoli sententia, desideras, scilicet pro publica salute animarum laboriosissimum. Vidimus, ac in exemplum posteritati testamur: In Ecclesiastico ad te delato principatu princeps tibi cura fuit non de censu inquirere, sed statim idoneos Euangelicæ doctrinę administros conquirere. Macte hoc animo verè magno. Tu dum bonus Ecclesiæ Pastor commissas tibi rationales oues per tuæ Diœcesis oppida infracto labore lustrabis, & sacrę doctrinæ pabulo recreabis, Episcopalis tuæ thiarę sacrum Pentagonum radioso sanctimoniæ, ac æternæ fælicitatis circulo coronabis.

Eugubini Episcopi virtute, ac sanctimonia illustres.

Habes non vnum exemplum à duobus tibi conciuibus; quorum alter te etiam affinitate attingit Octauius Accorombonus Eugubinus, & Forosempronij paucis antè annis Episcopus, & Pontificius in Lusitania Legatus, morum integritate, rerum geren-

da-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

darum prudentia, Ecclesiasticæ disciplinæ nitore Illustrissimus Præsul, & futuris etiã sæculis verẽdus. Alter est (vt cętera vtriusq; sexus Eugubina capita ommittam Sanctitate Illustria) Sanctissimus Vbaldus Eugubinus Episcopus. Quibus tertium te, ac supparem fore tua te sperat Patria; vt quorum Virtutes imitatus fueris, etiam fælicitatis præmia consequaris.

In hac publica de te spe, ac pro te voto Epistolæ orbem claudo, ac venerabundus obsecro, vt Philosophicum hocce munus tuis munijs, ac dignitatibus aptissimum, tuæ in Authorem (auunculum meum maternum) beneuolentiæ debitũ, perpetuum Authoris erga te humillimi obsequij monumentum, in tui patrocinij mitissimum sinum admittere ne graueris, & diutissimè bono publico valeas, ac sospiteris.

Bonon. Kalendis Decembris 1647.

Humilissimus, & addictiss. Seruus

Antonius Maria Nellus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

AMICO LECTORI

Antonius Maria Nellus

Cur Tertius Tomus pro tertia parte 2 Tomi; & Methodi ab Ærarij Authore instituta opportunitas.

TOmum Tertium libuit inscribere hanc Ærarij partem, pro tertia parte, quæ secundo tomo superadditâ molem incommodam confecisset. Ac præterea tomum tertium videbantur postularę libri, ad quos, post duos antecedentes elementarios, fit gradus, qui materijs, quas continent, ab antepositis prorsus distincti sunt. Quoniam verò in Tomi secundi vtraq; parte citantur aliquando aliqua, vel indicantur sub nomine tertiæ partis, quæ in hoc tertio Tomo sunt, ideo potestidem pertinere quasi tertia pars ad Tomum secundum. In hoc igitur 3 Tomo plurium figurarum numero abstinuit, & solidarum plerasq; seorsim ab opere incidi iussit in ære, & plura indicauit, quam exposuit, aut applicauit, & pleraq; in Breuiarium contraxit Author Ærarij, scilicet memor exordij apud Hippocratem: *Ars longa, vita breuis*. Vniuersa moles elementarium pro-

positionum in Geometricà Philosophià in immensum excrescat, si singulos libros exponat hic Author, & applicet cum ea vsuum copia, & varietate, quam habes in duobus antecedentibus libris, ac Tomis, atq; interim ætas ægritudinibus, & annis iam grauior succumbat operi non perfecto. Satius igitur visum est quodam cū temperamento præcipua vel breuiter applicare, vel plura alia saltem indicare; & aliorum virentibus viribus loca relinquere, ad quæ se extendant, & similem in modum reliquis elementaribus in libris (vt in duobus præcedentibus exemplum habent ab hoc Authore) latentes thesauros expromant interim, dum (si vita, & vires superfuerint) Ærarij Author exponat omnia, quę in sequentibus libris indicat. Matheseωn tamen studiosis, præsertim publicis Lectoribus, in arcto huius Tomi satis est amplitudinis, dum vsus aliqui singulares, ac non vulgati apponuntur, & summa cum facilitate, ac breuitate demonstrantur; quorum publica in Scholis expositio mirificè allicere, ac suauissimè imbuere possit animos Auditorum. Videre licet ad initia, vel fines librorum singulorum non ostentatoriè, sed prorsus verè apposita esse in inscriptione huius tertij Tomi ea verba: ***Materiæ plurium Tomorum iudicantur.*** Si quis enim campos ab Aerarij Authore apertos ingrediatur, & opes ab eo indicatas à citatis Authoribus, & argumentis comportarit ad propositiones, & ad reliquos hìc libros elementares, copiosam penè Bi-

blio-

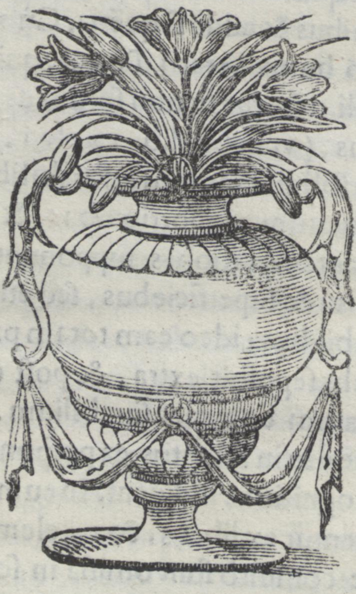
bliothecam Mathematicam conſtruxerit. Ideo vniuerſo operi facta inſcriptio Aerarij, non Geometricæ, ſed vniuerſæ Mathematicæ Philoſophiæ; ad elementares enim propoſitiones, tanquam ad ſua principia, reuocantur quæcunq; in omni genere Mathemicarum ſcientiarum, atq; etiam extra ſcientias Mathemaricas, geometricè demonſtrantur.

Quod ad Methodum in ſequentibus libris elementaribus, relege quæ ad te, Lector, habes ante Tomum ſecundum. Quibus & adde ſequẽtia. Cùm Aerarij Author in octauo huius Aerarij Tomo, qui erit de quantitate irrationali, acturus ſit non ſolum de lineis incommenſurabilibus, (vt habet lib. 10 elem.) ſed de ſuperficiebus, & de ſolidis incommenſurabilibus, & earum omnium quãtitatum proportionibus, & alijs affectionibus, quæ contemplationes ſupponunt plurima non ſolum de lineis, & ſuperficiebus, ſed etiam de ſolidis commenſurabilibus; ideo eam totam partem quantitatis irrationalis ſepoſuit extra, & poſt contemplationem quantitatum commenſurabilium. Docet enim naturæ methodus in ſcientijs ea poſponere, quæ antecedentium cognitione indigent. In eum octauum Tomum traducentur ex lib. 13, & 14 elem. ex Pappo, & alijs ea, quæ conſultò ſunt omiſſa in ſectione 3 Breu. Stereometrici, in 2 par. hu. 3 Tomi. In tribus enim hiſce Tomis Author quãtitates commenſurabiles complexus eſt ea fine, ac libentià, quòd feraces ſunt plurimarum

marum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

marum vtilitatum in omni artium, & ſcientiarum genere, incommenſurabiles verò miræ quidem, ſed vtilitatum ciuilium ſteriles, ac ideo in locum poſtremum ab huius Authoris methodo reiectæ. Vale, Amice Lector, ac multa paucis incluſa in hoc tertio Tomo lege oculo beneuolo.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

XVI

TOMI TERTII
ÆRARII
Philoſophiæ Mathematicæ
PARS PRIMA
Complectens reliqua quatuor Elementa, & Epilogum Planimetricum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

1.6.277

ELEMENTVM

TERTIVM ex nostra, QVINTVM ex veteri methodo.

§I.

SCHOLION.

Vniuersalitas, & vtilitas huius libri Quinti. Numerorum vsus in Geometricis assertus. Materia pro Quarto Ærarij Tomo indicata.

1 L*Emmaticus est hic liber quintus ad ea, quæ docentur, præsertim in lib. 6, circa proportiones figurarum. Nos de more veterum postposuimus (vt habes etiam apud Euclidem) lemmata huius lib. 5 post propositiones lib. 6.*

In veteri scholio è græco apud Commandinum: Librum (*hunc quintum elementorum*) dicunt esse Eudoxi, qui Platonis Magister fuit. *&:* Hic liber cõmunis est Geometriæ, Arithmeticæ, Musicæ, & omni simpliciter Mathematicæ disciplinæ. Nam quę in ipso demonstrantur non solum Geometricis theorematibus congruunt, sed & omnibus, quæ ad Mathematicas, vt dictum est, disciplinas referuntur.

Libri 5. Elemen- Authori Eudoxus.

Quod quidem attinet ad Geometriam nullus omnium elementariorum librorum vniuersalior est hoc 5. librò. Nam in 1. l. Elem. vt plurimum de triangulis, in 2. de rectangulis, in 3, & 4 de circulo, in 6 de proportionibus figurarum planarum; in 10 de lineis incommensurabilibus; in reliquis libris de aliquibus solidis agitur;

Communis est omnibus scientijs Mathẽ.

at in hoc quinto agitur generalissimè, & demonstrantur de proportionibus propositiones conuenientes & lineis, & figuris tam planis, quàm solidis cuiuscunque formæ, ac non solum commensurabilibus, sed etiam incommensurabilibus.

2 Solet hic liber non parum incommodare Tyronibus auidis rerum iucundarum, & applicatarum vsibus propositionum elemētariarum. Nos hanc huius libri molestiam, & moram Tyronibus ante iucunda, quæ docentur in lib. 6, ablaturi, præmisimus librum sextum, post cuius opiparas dapes possint facilius tolerare ieiunas huius lib. 5. theorias.

. Quas nos (præter geometricas demonstrationes in ipso libro) breuissimis per numeros expositionibus Tyronibus apertiores, & faciliores reddemus. Eoque magis, ac libentius, vt si quando in 2 Tomi primà, & secundà parte aliquid suppositum sit ex hoc li. 5, statim possit Tyro quasi ad breuissimum lemma recurrere, & suppositæ propositionis veritatem statim in numeris apertè videre, donec geometricè videat eandem veritatem in Euclidis propositionibus cùm versabitur in hoc 3. Tomo. Estque in per numeros ostēsione id compendij, quod non sit opus, pro demonstratione antecedenti, vllà alià propositione, vt assolet plerumque in geometricis.

Demonstrationum per numeros non indigentes antecedētibus.

3 Quam verò firma sit per numeros ostensio, ac demonstratio docent sequentia verba Maurolyci in Præfat. 2 par. li. 2. Arith.

Numerorū vsus ī Geometricis firmatus

Quoniam Arithmetica instrumentum est omnis supputationis, & numeri sunt termini, quibus quælibet magnitudo significatur, non dubium est, quin per numeros fieri possit omnis magnitudinis calculus. Cum verò Geometria comprehendat omnium quantitatum species, videlicet lineas, superficies, solida, & cætera continua, quæ ad hæc redigi possunt; vt tempora, & pondera; duplicem vtiq; praxim habebit, vnam, quæ fit lineando, alteram, quæ supputando: quarum hæc ab illa tamquam à fonte deriuatur: & illa theoriæ innititur. Sicut enim tam theoremata, quàm problemata per theoriam demonstrantur, & soluuntur; ita mox siue per lineationem, siue per calculum ad praxim rediguntur. Nam intellectu præmeditata lineamus, & lineata calculamus. Et quamuis lineator descriptionem oculo repræsentet, & mentali specula-

tione

tione punctum geometricum consequatur, tamen calculator numeris etiam id ipsum consequitur, sed, & paucis characteribus minutiores partes distinguit, quod lineator non nisi in spatio immenso, vel magno instrumento (quod nulli facile est) prestare potest. Quæ distinctio quidem necessaria est, cum per numeros irrationalis, aut ignotę magnitudinis terminum, seu limitem magis, ac magis propinquantes vestigamus. *Idem in fine lib.* 13. *Elem.* Calculus demonstrationem comprobat, & pro demonstratione vsuuenire potest.

Vtilitas numerorum in geometr.

4 *Huic libro* 5. *ditando, & ornando habes ex vniuersæ Geometriæ penu infinita, quæ tamquam ad sua genera huc adducas ad huius lib.* 5. *propositiones. Ex Arithmeticis verò proportionalitatibus suppeditabitur infinita, & mirifica materia proportionum in numeris, & propositionum simillimarum propositionibus, & proportionibus huius lib.* 5. *Quarum copia in promptu est, præter alios, apud nostrum Clauium in digressione de proportionalitatibus positâ inter definitiones hu. lib.* 5. *Musica verò scientia nihil aliud est, quam vsus proportionum in sonis, vnde & ex nostro Apiar.* 10 *possis ornamenta iucunda conferre in hunc librum* 5. *Infinita sunt alia in physicis pertinentia ad proportiones in motibus, temporibus, locis, elementis, fluxu aquarum, motu grauium, magnitudinibus, in corporum partibus, in vegetabilium ramis, fibris, folijs, &c. In artefactis, Architectura, &c.*

Proportionum arithmeticarum copia apud quę.

Proportiones sonoræ.

Proportiones in motibus, temporibus, &c.

Præter prædictam materiam suppeditabunt pro amplissimo Tomo circa hunc li. 5 *præ omnibus Cardanus in libris de proportionibus, vbi variæ, curiosæ, iucundæ materijs physicis applicationes proportionum. Præterea noster Villalpandus in pluribus propositionibus Lemmaticis, quas habet ante lineas proportionales, vbi plura alia de proportionibus magnitudinũ vniuersalissimè demonstrat (præter ea, quæ in hoc* 5 *li. sunt) in to.* 3. *in Ezechielem in apparatu Vrbis, ac Templi Hierosolymani, parte* 2 *de ponderibus lib.* 1. *cap.* 2.

Authores de proportionibus.

Habes & apud Io. Baptistam Benedictum in libro diuersarum speculationum, pag. 198. *vbi theoremata huius libri* 5. *ad prima quædam principia reuocat, & aliter singula demonstrat. Deniq; ex Campano erudita, & ab alijs licebit accipere condiendo, ditando, exponendo huic* 5 *lib. Elem.*

Ex

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Ex prædictis & citatis nos aliquando iustum tomum conflabimus in hunc lib. 5, quemadmodum fecimus in lib. 1, & 6 element. Interim parcimus tantisper viribus, & ætati, & impensis, & consulimus vtilitati Tyronum propter rationes, quas habes in initio huius 3 Tomi ad te, mi Lector.

DEFINITIONES.

I.

PARS est magnitudo magnitudinis, minor maioris quando minor metitur maiorem, *Vt 2 est pars ipsius 6, at non ipsius 7. quia 2 metitur 6, non metitur 7.*

§ II.

SCHOLIA.

I.

MEmento ex nostra Methodo supponi definitiones huius elementi ante librum, siue elementum antecedens Sextum ex veteri, Secundum ex nostra Methodo.

II.

Pars quæ non solũ minor toto, sed & quæ metitur totum.

Definit partem aliquotam, quæ suum totum aliquoties repetita metitur; non aliquantam, quæ suum totum repetita vel non explet, vel excedit, vt numerus 2 (apud Lantzium hic interpretem) qui ter repetitus non assequitur totum 7, quater repetitus excedit. Ex hisce intelligere licet Scholion vetus Græcum ad hanc 1 defin. apud Commandinum, vbi docetur apud Geometram non satis esse vt sit minor toto, sed etiam vt metiatur pars, &c.

Mul-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

DEFIN. II.

Multiplex eſt maior minoris, quãdo minor metitur maiorem. *Vt 6 eſt multiplex ipſius 2, at 7 ipſius 2 multiplex non eſt, quia 2 metitur 6, non item 7.*

DEFIN. III.

Proportio eſt duarum magnitudinum eiuſdẽ generis mutua quædam ſecundum quantitatem habitudo. *Proportio ergo eſt inter res eiuſdem generis, vt inter numeros, lineas, ſuperficies, corpora, &c.*

SCHOLIA.

I.

ETiam ad alia quæ habent aliquam cum quantitate ſimilitudinem transfertur proportio. Proportionis antecedens dicitur quantitas, quæ ad aliam refertur ea vero, ad quam refertur, dicitur conſequens proportionis. *Proportionis antecedẽs, & cõſequẽs quæ.*

II.

E veteri ſcholio græco apud Commandinum valdẽ notanda ſequentia ſunt, in quibus apparet eſſe definitionum geometricarum ſingula verba ponderãda, & prorſus intelligenda, vt ab hallucinationibus auertantur geometricæ philoſophiæ ſtudioſi, & dubitationum, vel cauillationum hydræ incidantur.

Duarum magnitudinum eiuſdem generis. Vt ſeparet ab alijs ſpeciebus quantitatis, vt ne quis lineam cum ſuperficie comparet; hæc enim inter ſe proportionem nullam habent. *Secundum quantitatem.* Vt ſeparet ab infinitis magnitudinibus; quantitas enim continua eſt terminus continui non infiniti, & quantitas diſcreta eſt diſcreti non iufiniti; ſed diſcretum non eſt magnitudo, multitudo enim eſt. *Defin. 3 excludit infinitã quãtitatem.*

§ 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§III.

SCHOLION.

Proportionum genera, species, denominatores.

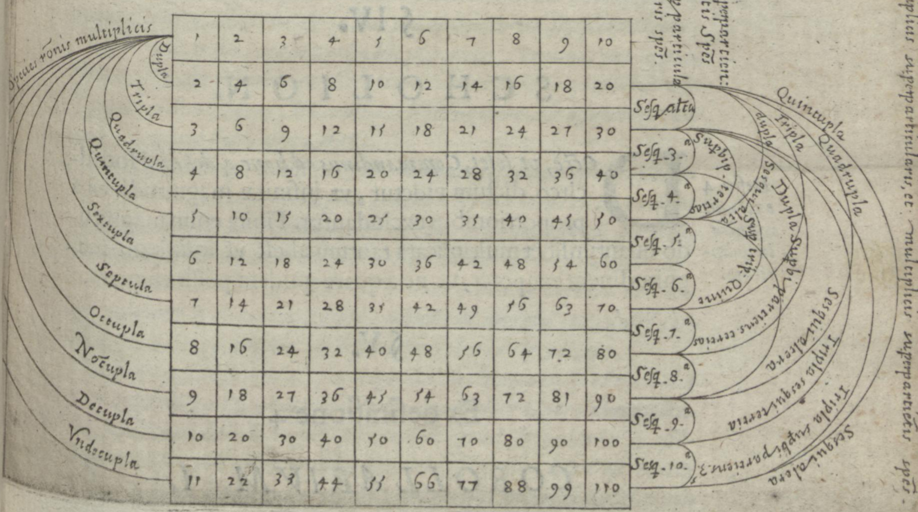
Plurima, quæ ad cognitionem proportionum exponi possunt, hic accipe breui compendio indicata quantum satis est Tyroni geometrico ad reliqua elementa cognoscenda properanti.

Proportio alia est rationalis, quæ numeris exprimi potest, alia irrationalis, quæ numeris exprimi non potest, velut inter lineas incommensurabiles in li. 10. Rationalis proportio alia æqualitatis, alia inæqualitatis, inæqualitatis alia maioris, alia minoris inæqualitatis; maioris cùm quãtitas maior refertur ad minorem, minoris cùm minor ad maiorem; additurque particula, sub, in denominatione minoris respectu maioris.

10 ad 1 est maioris inæqualitatis, idest decupla vnitatis, 1 ad 10 est minoris inæqualitatis, idest subdecupla vnitatis ad 1. Relatio, seu proportio maioris est tamquam totius, & continentis ad minorem, tamquam partem, & contentum; proportio minoris est tãquam partis, & contenti ad totum, & continens, licet vtrobique intercedat idem numerus, & differentia nouenarij inter 10, & 1.

Ponuntur quinque genera proportionum tam maioris, quàm minoris inæqualitatis, multiplex, superparticularis, superpartiẽs, multiplex superparticularis, multiplex superpartiens. Exempla in numeris, & compendium ingeniosum habes apud nos in to. 2. Apiariorum, Apiario 11. progym. 4. in fine capitis 4. vbi tabella Pythagorica est ab Orontio prædictis proportionibus applicata, & signata. Vide illam & hic, & in ea cognosce quæ pluribus exposita sunt ab alijs.

Quod



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110

Quod pertinet ad proportionum denominatores à posterioribus aliquibus affectatos, nos, ne Tyrones implicentur, satius ducimus exempla veterũ Geometrarum sequi, qui in minimis numeris denominabant proportionem per eorum comparationem, velut: est inter duas figuras proportio 3 ad 7, 7 ad 12. &c. Quam animaduersionem relege apud nos in cit. Ap. 11. cap. 4. ante tabellã Orontianam. Prædicta de proportionibus satis, superq; sunt præuiæ Tyronum cognitioni ad alia, quæ vsu discent.

Denominatores proportionum quomodo apud Antiquos.

DEFIN. IV.

Proportionem inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatæ possunt se inuicẽ superare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ, & rectili-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

neum quemcumque proportionem non esse. Quia licet prior in infinitum multiplicetur, nunquam tamen superabit posteriorem.

§ IV.

SCHOLION.

Defin. 4 excludit infinitũ in quantitate.

D*octè, vt solet, Commandinus ad hanc 4 definit.* Hoc idcirco dictum videtur, vt infinitæ magnitudines à proportionibus excludantur. Finita enim magnitudo quantunlibet multiplicata tantum abest vt infinitam magnitudinem exuperet, vt ne æquare quidem possit vnquam.

§ V.

Ex definitione 4

COROLLARIVM I.

Archimedes vindicatus à calumnia ex ignorãtia huius 4 definitionis.

1 M*irum est quam audacter, ac temerè aliqui audeant asserere sibi auctoritatem criticam, ac fermè damnatoriam sententiam etiam in supremos scientiarum Auctores, aut illustratores, quorum mirificas theorias omnium sæculorum acutissima ingenia & scrutata, & admirata sunt. Sed cinici censores meritas, & publicas, & perpetuas apud absentes, & posteros pœnas luunt audaciæ, ac temeritatis, dum arguuntur ignorantiæ vel in primis principijs earum scientiarum, in quibus publicos gentium magistros carpere non dubitarunt. Franciscus Vieta, & Ioseph Scaliger dum iniquè, ac parallogisticè Archimedem damnant, egregiè, ac meritò vapularunt, præ alijs, à Rialto*

ualto in Archim. illustr. non semel, & à nostro Clauio in Geomet. pract. vbi de circ. quadr. Vide obiectiones cynicorum eorum in Archimedem, Scaligeri, quidem in cyclometricis Elem. Vietæ verò in li. 4. respons. 5. schol. &c. & in fine postulatorum ad supplem. Geom.

Piget, ac pudet eorum verba hìc apponere, in quibus nec logicæ facultatis, nec geometricæ scientiæ etiam in primis principijs vestigium vllum videas, ita contra se ipsi pugnant, & assumunt quæ negant, apertè falsa asserunt. &c.

2 *Demonstrat (aiunt isti) Archimedes circulum esse æqualem triangulo rectilineo rectangulo, cuius alterum latus circa rectum angulum æquale sit semidiametro circuli, alterum circuli peripheriæ, quia triangulum id nec maius, nec minus est, ergo æquale circulo. Item; exhibet Archimedes lineam maiorem ambitu cuiuslibet polygoni in circulo inscripti, minorem ambitu cuiuslibet circumscripti; ergo, inquit, est æqualis peripheriæ circuli. &c.*

Malè ratiocinatur, & paralogisticè Archimedes. Si enim valet eius argumentatio, ac demonstratio, ego pariter contra demonstrata apud Euclidem de angulo semicirculi, quòd sit minor recto, ostẽdam eum semicirculi angulum æqualem esse recto. Non est maior recto, quia minor est omni obtuso, qui semper maior recto est; non est minor recto, quia maior est omni acuto, qui semper minor est recto; ergo æqualis est recto angulus semicirculi.

Vt prædicta istorum contra Archimedem, & mox à nobis dicẽda pro Archimede rectius intelligas, hortor te, mi Tyro, vt visas paradoxa apud nos angulorum in Apiar. 3, toto Progym. 5. Si Vieta sibi tantum permisit, vt audeat Archimedi notam inurere ignorantiæ geometricæ, quasi nesciuerit geometricè demonstrare, permittet & mihi, opinor, vt potius pro Archimede affirmem Vietam nimiũ oscitanter ignorasse primum principium, siue definitionem hanc 4 *geometricam elementarem; si enim non ignorasset, vel intellexisset, nunquam tam fœdè pronuntiasset in Archimedem.*

3 *Itaque respondeo Vietæ (omissis alijs, in quibus peccat) paralogismum esse contra hanc definitionem* 4. Angulus semicirculi non est maior, nec minor recto, ergo æqualis, *quia comparat angulos, qui nullam inter se proportionem habent; at Archimedes comparat & figuras, & lineas, quæ proportionem inter se habent.*

Archimedes rectè comparat quantitates inter se proportionales.

B 2 *Nam*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Anguli mixti nō habēt proportione cū rectilineis.

Nam anguli mixtilinei, è quorum genere angulus est semicirculi, non habent proportionem cum rectilineis; quantumcumq; .n. augeatur angulus semicirculi, nunquam æquabit, aut superabit angulum rectum, qui fit à diametro, & à linea recta tangente circulum, cuius anguli semper pars est angulus semicirculi factus à diametro, & peripheria, quæ semper cadit intra spatium anguli recti. At verò, datis lineis alterâ rectâ, alterâ circulari, vtralibet minor aucta potest vtramlibet superare, & datâ trianguli (quo vtitur Archimedes in dimensione circuli) areâ, quæ sit minor areâ circuli, potest ita augeri, vt aream circuli dati excedat, scilicet si area trianguli fiat æqualis rectangulo, vel quadrato circumscribēti datum circulum. Sic area minor circuli aucta potest superare datam aream trianguli. Ac propterea, iuxta hanc difin. 4, angulus semicirculi non habet proportionem cum recto; at figuræ rectilineæ cum curuilineis, triangulum, & circulus, &c. lineæ circularis, & recta habent inter se proportionem, & rectè ab Archimede fit ratiocinatio de æqualitate inter ea quæ habent proportionem; malè verò, & cum ignorantia huius 4. desin. fit à Criticis obiectio contra Archimedem, dū illi cōparant inter se, quæ non habent proportionē.

Proportio inter lineas circularem & rectam.

4 *Confirmat Archimedem præter plura alia, etiam id, quod rectè adnotauit Eutocius ad Archim. quadr. circ. & de quo nos plura in To. 1. huius Aerarij ad definitionem lineæ, & ad prop. 5, § 2. Scilicet linea recta, & circularis conueniunt inter se in triplici proximo genere (sub remotis & quantitatis, & secundum latitudinem indiuisibilis) quia & lineæ, & simplices, & similarium partium sunt; ideo sunt inter se comparabiles. Vide apud nos in Breuiarij Sec. 2, probl. 18, coroll. 4, rectam peripheriæ æqualem.*

Conuenientia īter lineas circularē, & rectā.

Recta peripheriæ æquales apud nos

Anguli curuilinei æquantur rectilineis, vt habes à nobis (præter citatum progym. 5. Apiar. 3.) ad Axioma 7. § 10 ex Proclo exēpla. In progym. verò 6. cit. Ap. 3, & à Proteo nostro Geometrico in Apiar. 1 habes exempla figurarum curuilinearum, & mixtilinearum, quæ æquantur rectilineis. Quæ omnia vt videas te hortor nō solum ob iucundam in paradoxis admirationem, sed in primis ad hoc hic negotium; sunt enim omnia & confirmatoria Archimedis, & refutatoria calumniatorum, & illustratoria huius 4 definitionis. Ac velim valde notes in æqualitatibus illis apud nos curuilineorū,

Proportio inter figuras curuilineas, mixtas, & rectilineas.

vel

vel mixtilineorum cum rectilineis, eas fermè ostendi per appositiones, vel detractiones partium. Quæ res confirmant hanc definitionem 4 Eucl. de superantia per multiplicationem. Quæ enim æqualia fiunt, etiam superari possunt per nouam alterius additionem.

5 *Interim audi Iosephi Scaligeri paralogismum contra hanc 4 defin. & ineptiam contra quadraturam Brisonis, immò & contra argumentationem Archimedis, & aliorum Antistitum in Philosophia Geometricà, qui quidem Briso, inscripto quadrato in circulo, & altero circumscripto, inferebat: ergo medium inter duo illa quadrata est æquale circulo. Scaliger igitur apponit, & opponit seq.*

Deinde datis minore, & maiore, posse dare medium, aut æquale falsum conuincit ἡ κερατοειδὴς γωνία, qui est angulus minor omni minimo angulorum rectilineorum. *Mirabar, quod & Vieta assolet, Scaligerum in philosophicis non affectare opinionem Grammatici græculi dum græca latinis subinde ingerit, vt abdicet à se summam in scriptore Mathematico laudem perspicuitatis. Scilicet puduisset Scaligerum latinè appellare cornicularem angulum, qui & contactus (vide in cit. Ap. 3. apud nos alias species cornicularium) à quo tamen male argumentatur; nam & ille angulus est ex genere mixtorum, qui nullam habent cum rectilineis proportionem; quantumcumq; enim augeatur angulus contactus nunquam æquabit, aut superabit angulum vel minimum rectilineum acutum, quia quælibet recta ducta ad punctum contactus vt faciat angulum cum tangente, secat circuli peripheriam, atq; intra se concludit tamquam partem, angulum contactus è cõuexà peripherià, & rectà peripheriam tangente.*

Brisonis verò paralogismus in alio peccat, quàm in eo, quòd illi opponit Scaliger. Vide nos in Schol. 1 ad 4. propos. Prog. 2. Apiar. 3. Quod si Briso ad similitudinem Archimedis potuisset argumentari sic: Quadratum medium inter circumscriptum, & inscriptum circulo est maius omni polygono in circulo, & est minus omni polygono circa circulum, ergo est æquale circulo; rectè conclusisset, iuxta à nobis antedicta. Atq; hactenus de his. Ex occasione hìc cum Buteone moneo Tyrones, vt conferant Archimedis modum demonstrandi quadraturam circuli cum modo Euclidis in propos. 2. lib. 12, qui est de proportione inter circulos quemadmodum quadrata

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

à circulorum diametris. Eàdem enim formà, & methodo vterque progreditur. Cætera, quæ huc facere possunt pro hac 4 definitione, vide in loco apud nos ad 16 propos. tertij Elem.

Inter curuas, & planas superficies proportio.

Adde etiam in superficiebus curua planis æqualia, vt nos circulo superficiem cylindricam æqualẽ ostendimus in fine li. 3. Elem. & Archimedes superficiem sphæricam circulo quadruplam. &c. & inde partes superficiei sphæricæ cum partibus circuli habẽt proportionem; vt sphæricum triangulum apud nos æquale semicirculo, in fine lib. 3. Elem. Et in sect. 1, & 2 Breuiar. Stereometrici plura de his apud nos. Illuc i.

SCHOLION.

EX hac defin. 4 rationes habes aliquorum paradoxorum circa proportiones angulorum inter se, partim in citat. Api. 3. partim in, & ad propositiones 16, & 31 lib. tertij. Hinc illuc ito, & inde huc remeato, vt consonantiam geometricam animo exaudias.

§ VI.

COROLLARIVM II

è definitione 4.

Quantitatis finitæ cum infinita non est proportio; & patefacti paralogismi Geometrici.

Definitio 4 est primum prĩcipiũ.

DEfinitio hæc quarta, si rectè percipiantur eius termini (siue verborum sensus) adeo vera est, vt sit etiam primum principium. Vnde fit vt eo fœdiores paralogismi sint in philosophia geometrica, si qui fiant contra hanc. Contra quos paralogismos munire candidatos Philosophiæ Geometricæ nobis hic consilium est. Quoniam igitur ex primo principio etiam physico, ac per se noto finiti ad infinitum nulla est proportio, nulla etiam erit proportio

Finiti ad infinitum non est proportio.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

portio quantitatis finitæ ad infinitam. Ratio ab hac definitione est euidentissima, quia quantitas finita quantumuis multiplicata nũquam potest æquare, multo minus superare infinitam, ac propterea finita erit semper minor (quatenus licet sic loqui) in comparatione cũ infinita, nec poterit habere finita cũ infinita proportionem æqualitatis, multo minus maioritatis, Quæ doctrina, iuxta hanc 4 definitionem, verissima semper est in quolibet genere quantitatis ad geometricam philosophiam spectantis. Exempla sint in lineis, & in figuris: linea, vel figura finita non potest vnquam esse, ac demonstrari æqualis lineæ, vel figuræ infinitæ, ac multo minus maior, quàm linea, vel figura infinita; vt etiam rectè notat hìc Clauius. Adde Commandinum in § 4 anteced.

Ratio geom. ab hac 4 defin. in quantitate.

2 *Et quoniam, iuxta definitionem* 14. *lib.* 1. *Elem.* figura est quæ sub aliquo, aut aliquibus terminis continetur, *implicat in Geometricà philosophià figuram esse, quæ non sit terminata (ac est præterea subiectum Geometricæ philosophiæ quantitas abstracta, & simul terminata; infinitum enim sub scientiam non cadit, iuxta Procli, & verè Philosophorum geometricorum sententiam) Si quod autem quantum non sit terminatum vndique, est omnino extra genus figuræ, habetq; infinitatem ab ea parte, à qua non est figuratum, ac terminatum.*

Implicat figura infinita.

Infiniti non est scientia.

Quemadmodum igitur in genere linearum non potest fieri comparatio, aut extendi proportio inter finitam, & infinitam, cùm tamen sint ambæ saltem in eodem genere superiore, idest in genere linearum; eodem, ac multo maiori iure non potest demonstrari (quia non potest esse) proportio inter figuram, & spatium quantum aliqua ex parte non terminatum, idest infinitum, quia figura, & quantitas interminata, idest finita, & infinita, differunt etiam toto genere figuræ.

Prædicta intellige quemadmodum de omni genere linearum rectarum, curuarum, regularium, irregularium mixtarum, &c. sic & de omni genere figurarum regularium, irregularium planarũ, solidarum, quarum nullæ comparari possunt cum spatio vllo quantitatis non figuratæ, interminatæ, denique infinitæ.

3 *Ac licet nos ad prop.* 35. 36. *lib.* 1. *in* 1. *Tomo huius Ærarij, & in secundo ad propos.* 1. *lib.* 6. *affirmauerimus inter geometrica*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

paradoxa, triangula, vel parallelogrammata inter parallelas super æqualibus basibus ita esse inter se, vt minimum posit æquare, ac maius esse altero quolibet infinito, intellige semper finitum triangulum, vel parallelogrammum, licet in infinitum sub maioribus lateribus obliquatum.

Quod non solum inter parallelas, sed etiam inter asymptotos protulimus ex Antiquorum Geometricorum Philosophorum ditissimo penu. Atque ibi dum affirmamus cum Antiquis etiam inter asymptotos parallelogrammo alicui esse æquale parallelogrammum quodlibet infinitum inter spatium infinitum inter asymptotos (quod, & ad triangula traduximus) intellige, mi Tyro, de semper finitis parallelogrammis inter spatium asymptoton infinitum, quemadmodum infinitum est spatium inter parallelas, in quo infinita numero, semper finita terminis (idest figuræ parallelogrammorum quantumuis terminis extensorum) sunt parallelogrammata, & singula inter se, ac vni vel minimo inter easdem parallelas, & bases constituto.

Parallelogrammata, & triangula licet infinita, esse æqualia minimo inter parallelas, & asymptotos, quo sensu apud nos.

Distingue igitur, mi Tyro, nec mihi impinge paralogismum euidentissimum contra hanc definitionem. Aliud enim est comparare figuras inter asymptotos numero, & terminis finitas cum aliqua alia, aliud est comparare figuram cum spatio inter asymptotos, siue cũ figuris inter asymptotos spatiũ id omne occupantibus. Quod cum sit infinitum, (hoc est inter nunquam inter se conuenientes lineas, ac propterea implicat accipi vt finitum, esset enim inter asymptotos, & non asymptotos. i. concurrentes & nõ &c.) vt totũ occupetur opus est infinitis numero, & quantitate in infinitum extensà præditis figuris. Primum illud ego asserui de parallelogrammis inter asymptotos, non autem hoc secundum, quod esset manifestissimus paralogismus, propter prædicta in hoc 2 coll. ad hanc 4 definitionem; quæ omnia sunt demonstrationis loco apud intelligentes, & sanè sentientis. Ac quidquid, quasi corollarij loco, deducerem ex eo paralogismo, totum esset de falso falsum, & catenam è paralogismis vitream, (pro adamantina è veris demonstrationibus) contexerem. Dum ego te vera è puris huius geometricæ philosophiæ fontibus doceo, quid tu mihi fucata ingeris, quæ nunquam somniaui?

4 An suades vt præclarum scilicet id paradoxum de finito, quod sit æquale infinito, contra primum principium ex hac 4 definitione,

ego

ego meis apponam, quæ plurima in omni Mathematicarum scientiarum genere habeo in meis Apiarijs, illudq; firmem argumentatione aliqua per minimas particulas? figuram (videor te ingerentē audire) quæ demonstretur æqualis omnibus figuris eiusdem generis, seu parallelogrammis occupantibus totū spatium inter asymptotos, diuide in quotlibet minimas particulas, ac postquam ostenderis primam, secundam. &c. particulas figuræ singulas singulis parallelogrammis æquales, conclude deinde de reliquis figuræ partibus, quod sint æquales reliquis parallelogrammis totum asymptotωn spatium occupantibus. Scilicet, mi homo, doces me tua istà fallacissimà per minimas particulas argumentatione saltum Rhodium in Geometricà Philosophià saltare. Quis verè Philosophus Geometricus mihi impunè permiserit contra primum principium huius 4 definitionis sic ratiocinari? Partes aliquæ prioris figuræ sunt æquales aliquibus partibus, siue figuris occupantibus partem spatij inter asymptotos, ergo tota reliqua figura est æqualis reliquis partibus, siue figuris occupantibus totum spatium inter asymptotos? Quod cum sit infinitum, idem esset ac si dicerim figuram finitam esse æqualem infinitæ, nempè occupanti totum spatiū, quod est infinitum inter asymptotos, ac sic finiti ad infinitum esset proportio, contra hanc defin. 4.

5 Addo pro me geometricè demonstratam rationem, qua fit vt, dum inter asymptotos affirmaui posse parallelogrammata extensione etiam infinita, esse æqualia parallelogrammo vel minimo, intellexerim semper de finitè infinitis extensione terminorum parallelogrammis. Scilicet ne Apollonio, & mihi contradicerem. Nam Apollonius Conic. lib. 2. prop. 14; & nos, sine Apollonio, in Apiario 3, Progym. 2. propos. 3, demonstrauimus asymptoton, & hyperbolen in concursu peruenire ad interuallum semper minus quolibet dato. Itaq; etiam sumpta extremà, ac minimà parte figuræ, quam fingat quis æqualem figuræ conflatæ in partialibus occupātibus totum spatium asymptotωn, nūquam potest comparationem facere cum extremà parte figuræ occupantis totum spatium inter asymptotos; datà enim qualibet parte figuræ comparandæ cum asymptotωn spatiò, & comparatà cum qualibet acceptà, vel acceptibili parte versus extremum (si sic loqui liceat de non habente extremum) spatij inter asymptotos, semper adhuc minor, ac minor superest in infinitum, etiam

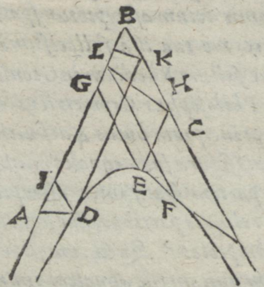
Cur non possit fieri coparatio figuræ cū spatio inter asymptotos.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

post acceptas omnes partes figuræ, quam cum spatio inter asymptotos aliquis compararit.

6 *At enim, inquies, comparatur figura cum spatio inter asymptotos quatenus id est vel infinitè finitum, vel finitè infinitum, eoq; modo cum figura potest comparari. Hoc si dicas te ipse implicas; esset enim id spatium inter asymptotos, & inter non asymptotos. Nā dum illi vel in recto, vel in obliquo finem aliquem assigas, terminum indicas, ad quem (in app osita figura) hyperbolica linea FED cum peruenerit, coincidet cum recta AB, ac proinde non erit asymptotos. At enim rursus figura, quæ comparatur cum spatio inter asymptotos, etiam ipsa diuisibilis est in partes in infinitum. Si ergo figuræ partes partibus spatij inter asymptotos æquales ostendantur, ergo tota figura toti spatio inter asymptotos æquabitur.*

Implicantia comparationis. &c.



Scilicet hoc est in Geometrica Philosophia figurarum quantitates, ac proportiones per partes demonstrare. Quoniam verò quælibet figura est diuisibilis in infinitum, quælibet ad quamlibet, licet minima ad maximam, habet proportionem æqualitatis, semper enim in minima, & maxima erunt partes in infinitum comparabiles. At verò nec etiam cum hoc effugio, & absurdo figura vlla, licet in infinitum diuisibilis, comparari potest cum spatio inter asymptotos, quia id spatium, licet & ipsū sit in infinitū diuisibile (ideo enim est inter asymptotos, idest nūquam se contingentes, licet semper inter se accedentes lineas) tamen, vt prædictum est, est in ea ipsa infinitate differens genere ab infinitate figuræ, cui comparatur. Figura enim est actu finita, terminisq; conclusa, licet potentià infinita, siue infinitè diuisibilis, spatium verò inter asymptotos est actu, ac semper sine termino, ac infinitum, finibus non vndiq; conclusum, ac extra figuram. Quare iterum in absurda primarum rationum relaberis contra definitiones & figuræ, & proportionis inter figuras. Nunquam enim per partes

Per indiuisibilia infinita quælibet figura cuilibet æqualis.

Figura, & spatiū inter asymptotos differunt toto genere.

(licet

(licet numero infinitas per designationem) multiplicatas in figura peruenies ad æqualitatem spatij inter asymptotos actu non figurati, hoc est non terminati.

Comparatio figuræ cū spatio ĩter asymptotos est contra definitiones 1, & 4 huius libri.

7 *Denique quid me premis hac tua dolosa per partes argumentandi ratione, ac non ego vno ictu totam hanc syluam partium amputo? Relege definitionem primam huius lib.* Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorē. *Spatij inter asymptotos infiniti, siue figuræ, quam fingas occupare totum id spatium, illiq; æqualem esse, non sunt verè partes, per quas possis figuram (si licet sic loqui) spatij inter asymptotos comparare, aut metiri; nulla enim pars infinitū metitur. Ac si velis eius asymptotæ (liceat sic appellare) figuræ partes esse saltem ex parte aliquantas, quæ scilicet multiplicatæ deficiant à toto eo spatio asymptotων, nihil agis, ac rursus cogeris fateri non posse comparari totū id spatium cum vlla figura. Quare, gratijs actis, ac tua cum venia recuso paradoxum à te mihi oblatum.*

Nulla argumẽtatione indirectà comparari possunt figura, & spatium inter asymptot.

8 *Adhuc perstas? Ac quasi studiosus mei geometricè ditandi, relicta argumentatione à partibus, offers demōstrationem aliquam indirectam, & cum Archimede pro me arguis? Scilicet vis dicam: figura quæpiam neq; maior, neq; minor est parallelogrammis omnibus inter asymptotos, ergo est æqualis. Velles, mi homo, me sub vmbrà Archimedis fædius labi, quàm nuper in antecedenti Corollario Vieta contra ipsum Archimedem. Nam calumnia illa Vietana saltem argumentationem, & comparationem vsurpabat, licet inferiori, non tamen supremo, ac toto genere differentium; scilicet comparabat angulos cum angulis; at hic facerem, te doctore, comparationem figuræ cum nonfigurà, idest terminatæ quantitatis cum interminata inter asymptotos. Figura igitur cōparata cum spatio inter asymptotos, non est quidem maior eo spatio, sed tamen semper est minor, propter demonstrata in antecedentibus. Non suades ergo bonam indirectè argumentandi formam, immò directè pugnantem cum primo principio è quarta hac definitione, de ijs quæ proportionem inter se habent in geometrica philosophia.*

Apage igitur cum tuis pro me, siue potius contra me cauillationibus, ac me pro meo, & vero sensu intellige, dum parallelogrammata, & eorum dimidia, singula inter asymptotos, ita inter se compa-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

raui, vt affirmarim etiã à minimo eorum aliquo poſſe ſuperari duplà quantitate quodlibet eorum ſeorſim ſumptum etiam infinitum, ideſt ſemper finitè in infinitum terminis maioribus, ac maioribus extenſum. Ac qui ſe non continent intrà noſtros hoſce terminos diũ verſantur inter aſymptotos, intelligant ex antedictis ſe inciſuros in verè aſymptotos, ideſt infinitos geometricos paralogiſmos. Quos indicare eſt vere amare philoſophicam veritatem; licet non ſim neſcius à veritate, dum ea nubit inuiſo animo, progigni odium, turpiſſimum è pulcherrimà matre natum.

§. VII.

COROLLARIVM III.

Infiniti ad infinitum non eſt proportio, iuxta hanc 4 defin.

EX hac eadem definitione 4. patet potiſſima ratio cur viri in Geometrica Philoſophia doctiſſimi reprobarint cognitionẽ, & cõparationem figurarum inter ſe per cognitionem, & cõparationem indiuiſibilium in figuris; ſunt enim in qualibet figura infinita indiuiſibilia; & infiniti ad infinitum nulla eſt proportio, &, iuxta hanc definitionem indiuiſibilia vnius figuræ quantumlibet multiplicata non poſſunt ſuperare indiuiſibilia alterius figuræ, quia ſunt infinita, nec vnquam ſumi omnia poſſunt, nec determinari poteſt eorum numerus, ac perinde nec figuræ ex ijs conſtatæ poſſunt inter ſe comparari, nec in ſe ipſis ſingillatim agnoſci quod ad quantitatem. Satis eſto hæc quaſi in tranſitu indicare Tyronibus in Geometrià philoſophiantibus, quæ patentiſſima ſunt ex verbis huius defin. 4. Plura non addimus circa hoc tertium Corollarium, quia ſatis doctè aliqui aliqua, (plurima, ſi vita ſuperfuiſſet, ſcripturi) ſcripſerunt in hoc genere; ac ne videamur vllis priuatim infenſi, dum publicè prodeſſe nitimur. Tantùm, pro inſtituto exponendorum elementorum geometricorum, indicamus hallucinationes, vt Tyrones diſcant in Geometrica Philoſophia diſpicere (quod eſt in prouerbio) Quid diſtent æra lupinis.

Per indiuiſibilia geomtricè philoſophari diſſonat ab hac 4 definit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

DEFIN. V.

In eàdem proportione dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando æquè multiplices primæ, & tertiæ æquè multiplices secundę, & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, vtraq; ab vtraque vel æquè deficiunt, vel æquè æquales sunt, vel æquè superant, si ordine sumantur. *Vt si horũ quatuor numerorum 8, 6, 4, 3 primi, & tertij accipiantur æquè multiplices 16, & 8: secundi, & quarti 18, & 9, & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiplices, hoc nimirum 16, 18, 8, 9; si iam primus minor sit secundo, erit & tertius quarto minor; & si maior, maior; si æqualis, æqualis; si, inquã, hoc semper contingat, dicentur quatuor magnitudines in eadem esse proportione.*

§ VIII.

SCHOLION I.

Nostra methodus non patitur difficultates vulgatas definitionis quintæ huius lib. 5.

D*Vm nostra methodus Tyrones traducit per proportiones rationales quantitatis in lineis, planis, solidis, & in locum extremum seponit ea, quæ pertinent ad proportiones irrationales, non eget expositione hu. 5 definit. per æquemultiplicia, quorum appositione tenebræ, ac turbæ non leues Tyronibus excitantur. Vide seq. schol. 2 tam pro rationali, quam pro irrationali proportione.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§IX.

SCHOLION II.

Expositio distincta, facilis, ac breuis definit. 5 de in eadem proportione ab æquemultiplicibus. &c.

AD dißipandas omnes nubeculas, quæ in hac 5, & in 7 definitione poſſunt offundi animis Tyronum, accipe à nobis paucula ſequentia pro prolixioribus apud aliquos alios. Ac primo rectè percipiendus eſt ſenſus verborum definitionis, quem ſatis apertum habes in appoſita breui explicatione, & applicatione in numeris ab interprete Lantzio. Addo & aliter, & breuiter.

1 Si antecedentium æquemultiplicia æqualia ſint, vel minora, vel maiora æquemultiplicibus conſequentium, dicuntur antecedentia eſſe in eadē proportione cū conſequentibus. *Apertè, ac breuiter dici poterat à doctore Geometra:* In eadem proportione dicuntur eſſe quantitates, quando antecedens primæ proportionis toties continet conſequens, vel à conſequente toties continetur, quoties ſecundæ proportionis antecedens continet conſequens, vel continetur. &c. *Vt inter 8, & 4 eadem eſt proportio, quæ eſt inter 4, & 2. ideſt dupla. Sed hæc definitio comprehendit tantùm ſpecies, & genera proportionis multiplicis, ſeu rationalis, quæ poteſt exprimi numeris inter ſe multiplicibus, quiq; non extenduntur ad alterum ſupremum genus proportionis irrationalis, quæ numeris exprimi nequit, & in ijs eſt quautitatibus, quæ ſunt incommenſurabiles, & quarum altera non completè poteſt alteram comprehendere. Igitur Geometra Philoſophus, vt definitionem vniuerſalem afferret comprehendentem quantitates tam multiplices, & rationales, quàm irrationales, & incommutabiles, confugit ad vnum aliquid, quod ſit commune commenſurabilibus, & incōmen-*

Defin. 5 continet etiā irrationales proportiones

mensurabilibus, vt sciatur an quantitates propriè sint in eadem proportione, & cognoscatur quando sunt in eadem proportione.

Ingeniosè ab æquemultiplicibus indiciũ eiusdem proportionis etiam in irrational. &c.

2 Indicium autem id commune ingeniosissimè sumpsit ab æquemultiplicibus quantitatum siue rationalium, siue irrationalium. Nam si datæ quantitates sunt in eadem proportione, necessarium est, euidens, ac per se notum etiam æquemultiplices datarum quantitatum debere esse in eadem proportione; vt magis etiam è sequenti nostra expositione patebit.

Duplex idẽtitas eiusdem proportionis. &c.

In eadem autem proportione duplex idẽtitas est, generica, & specifica. Nam dum inter 8, & 4, & inter 4, & 2 est eadem proportio dupla antecedentium ad consequentes numeros, vel sub dupla conuerso modo, est cum specie duplæ proportionis etiam genus proportionis maioritatis antecedentium ad consequentes quãtitates, & in subduplà conuerso modo est genus minoritatis. &c. Itaq; quoniam identitas specifica proportionum supponit semper necessario etiam identitatem genericam vel excedentiæ, vel deficientiæ, vel æqualitatis, ideo ingeniosè, ac certò sumitur ea generica identitas pro indicio identitatis specificæ inter quantitates.

Expositio in numeris.

Quoniam autem vt se habent quantitates inter se, ita & earum æquemultiplices, si 2 est duplus vnitatis 1, & dupli eorum numerorum erunt in eadem proportione dupla 4, & 2; & si quantitates non sint multiplices, sed incommensurabiles, & abditam habent proportionem specificam identitatis, habebunt tamen apertam proportionem genericam identitatis, scilicet vel excedentiæ, vel deficiẽtiæ, vel æqualitatis in suis æquemultiplicibus. Sicut in eadem proportione inter 2, & 1 inter 4, & 2 si nescirem esse duplam, vt tamen scirem esse eos numeros in eadem proportione, & confugerem ad genericam identitatem, idest ad æquemultiplicium vel excedentiam, vel deficientiam, vel æqualitatem antecedentium ad consequentes, scirem, & concluderem etiam esse identitatem specificam inter eos numeros 2, 1; 4, 2. Antecedentium 2, & 4 æquemultiplices sint 6, & 12; consequentium 1, & 2 sint æquemultiplices 2, & 4. Quoniam 6, & 12 excedunt 2, & 4, estq; inter æquemultiplices generica identitas proportionis excedentiæ, euidens consequentia, & indicium est quantitates, quarum sunt multiplices, esse etiam in eàdem specificà proportione inter se, licet ea esset mihi ignota indiuidualiter, idest esse vel duplã,

vel

vel triplam. &c. vel etiam licet ea esset, quæ numeris exprimi non posset. Propterea dicit Geometra: Quorum æquemultiplicia vel excedunt, vel deficiunt, &c. sunt in eadem proportione, scilicet specificà indicatà à generica excedentiæ, deficientiæ. &c.

Distictio propositionis 4 hu. à definitione hac 5.

3 *In propositione tamen 4 huius lib. 5. demonstratur quando quantitates sunt in eadem proportione, earum æquemultiplices esse inter se non solum in eadem generica proportione excedentiæ, deficientiæ, &c. sed etiam esse in eadem specificà proportione, in qua sunt eæ quantitates, quarum sunt æquemultiplices; siue ea proportio nota sit in indiuiduo, dupla, tripla, sesquialtera. &c. siue sit ignota, irrationalis, & quæ numeris patefieri nequeat. Si quæ quantitates sunt in eadem proportione, earum æquemultiplices sunt & ipsæ in eadem saltem generica excessus, defectus. &c. & conuersà ratione, si æquemul iplicia sunt in eadem excedentia, deficientia. &c. etiam eæ quantitates, quarum sunt æquemultiplices, sunt in vna, eademq; specificà proportione, & in hoc conuertuntur, & per se nota hæc sunt sine alia demonstratione, propter, & iuxta in antecedentibus explicata. At verò quod æquemultiplicia sunt etiam in eadem proportione specifica, in qua sunt eæ quantitates, quarum sunt æquemultiplicia, non per se notum est, nec facile concedetur, nisi demonstretur, quod fit in 4. propos. huius. Igitur in hac definitione ea, quæ sola egent expositione verborum, vt pateat veritas definitionis, distinguenda sunt ab ijs, quæ demonstrationem postulant, quæque à Geometra non ponuntur in definitione, iuxta præd. cta.*

Defin. 5 est axioma apud aliquos.

4 *Posset hæc definitio reponi inter prima principia, siue axiomata, quæ habet Commendinus ad finem definitionum huius lib. 5.* Eiusdem, siue equalium æquemultiplices inter se æquales sunt: &. Quarum eadē æquemultiplex est, vel quarum æquales sunt equemultiplices, & ipsę inter se sunt æquales. *Vbi vides in proportione æqualitatis consonare inter se æquemultiplicia cum ijs, quorum sunt æquimultiplicia. Pariter, iuxta hanc 5 definitionem, etiā in proportione inæqualitatis consonāte saltem in generica inæqualitate excessùs, defectùs. &c. Rectè Orontius ad hanc 5 defin.*

Axiomata pro euidentia hu. 5 def.

In proportionibus sicuti antecedentia ad inuicem, & ipsa pariter consequentia mutuam quandam inter se videntur habere relationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium pariter,

&

& consequentium æquemultiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coassumpta fraterna quadam rationum colligantur similitudine, atq; è diuerso: tametsi alia inter ipsa æquemultiplicia, ab ea, quæ inter partes offenditur submultiplices, contingat plerumq; rationum identitas.

DEFIN. VI.

Magnitudines, quæ eandem proportionem habent, proportionales vocantur, *Vt 4, & 2. item 6, & 3, cùm habeant eandam proportionem, nempe duplam, dicũtur proportionales.*

DEFIN. VII.

Quando æquè multiplicium multiplex primæ superat multiplicem secundæ; at multiplex tertiæ non superat multiplicem quartæ; prima ad secundam dicitur habere maiorem proportionem, quàm tertia ad quartam.

§. IX.

SCHOLION.

Septima definitio lucem habet ab ijs, quæ adnotauimus ad antecedentem quintam. Hic enim explicatur quid dicatur, aut quid intelligatur, quando dicitur prima habere maiorem proportionem ad secundam quantitatem, quã habet tertia ad quartam. Applica tu exemplis numerorum. Duò notanda. 1 *non esse necesse, vt secundum omnem multiplicationem multiplex primæ exce-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

dat multiplicem secundæ, sed satis est, vt vel semel, nusquam tamen multiplice tertiæ superante multiplicem quartæ. 2, quod dicitur de multiplice primæ ad multiplicem secundæ, intellige etiam de multiplice tertiæ ad multiplicem quartæ, scilicet dici tertiam quantitatem habere maiorem proportionem ad quartam, quàm prima ad secundam, quando tertiæ æquemultiplicia aliquando superant æquemultiplicia quartæ, nō superātibus æquemultiplicibus primæ æquemultiplicia secundæ.

DEFIN. VIII.

Analogia est proportionum similitudo.

DEFIN. IX.

Analogia in tribus minimùm terminis consistit. *Vt in his numeris 4, 6, 9. vt enim est primus ad secundum, ita secundus ad tertium.*

§ X.

SCHOLION.

Index copiæ circa analogias.

De Analogiarum (non solum de tribus præcipuis generibus Arithmetica, Geometrica, Harmonica) speciebus decem, quid singulæ sint: circa singulas varia theoremata, & problemata: earum miras aliquas præcipuas affectiones, & alia plura curiosa, & iucunda, quibus illustres hanc 8 definitionem, habes apud nos in 1 parte 2. Tom. ad propositiones 10, & 13 Præter Pappum à nobis citatum, vide & Clauium ad defin. 3 huius lib. 5.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

DEFIN. X.

Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatam proportionem habere dicitur eius, quã habet ad secũdam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2, 4, 8, erit proportio, quam habet 2 ad 8, duplicata eius, quam habet ad 4.*

DEFIN. XI.

Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales, prima ad quartam triplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. Et deinceps semper vna amplius quoadvsque proportio extiterit. *Vt si sint proportionales hi quatuor numeri 2, 4, 8, 16, erit proportio, quam habet 2 ad 16, tripla eius, quam habet ad 4.*

§ XI.

SCHOLION.

Veteris scholiastæ hallucinatio.

I*N veteri græco Scholio apud Command. ante hunc li.* 5 Analogia dicitur proportionis proportio. *Fallitur tamen author eiusce Scholij in exemplo duarum linearum in dupla proportione, & in proportione quadratorum ex illis lineis, quæ quadrupla est; & similitudo non est duplæ, & quadruplæ proportionis, ac proinde non est analogia, quæ, ex definitione, requirit similitudinem proportionum. &c.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§ XII.

SCHOLION.

Plura, quæ dici possunt abstractè pro explicatione 10, & 11 definitionum, vide apud nos in concreto clariora, & ad praxes, in 2 Par. 2. Tomi, ad propos. 19, 20, vbi primum Geometra praxim habet 10 hìc definit. Vide & apud nos in praxi non semel, præsertim ex vsu geometrico centri grauitatis, velut vbi de triplicata proportione diametrorum in sphæris, &c. ad 20 prop. lib. 6.

DEFIN. XII.

Homologæ, seu similis rationis magnitudines dicuntur esse, antecedentes antecedentibus, consequentes consequentibus.

DEFIN. XIII.

Permutata ratio, est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequẽtis ad consequentẽ. *Demonstratur propos. 16, in qua cum est vt A ad B, ita C ad D, est quoq; permutando, vt A ad C, ita B ad D.*

§ XIII.

SCHOLION I.

Expositio permutatæ proportionis.

DEfinit quoſdam modos argumentandi demonſtratiuè in proportionalibus quantitatibus apud philoſophos Geometricos. Quos deinde firmos eſſe demonſtrat in lib. 5. propoſitionibus. Igitur hic eos accipe tantùm, vt definitos, & explicatos; vt verò ſunt theoremata demonſtrata vide in lib. 5. Interim earum veritatem in numeris hic oſtendemus. Permutata proportio dicitur & alterna ratio, & in demonſtrationibus ab hac forma dicitur: ergo & permutando. *vel:* alternando. *vel:* ergo & viciſſim. *Si eſt, vt 8 ad 4, ita 2 ad 1, ergo permutando, eſt etiam vt 8 antecedens primæ proportionis ad 2 antecedens ſecundæ proportionis, ita 4 conſequens primæ proportionis ad 1 conſequens ſecundæ proportionis.*

Proportionis permutatæ varia nomina, & formulæ.

§ XIV.

SCHOLION II.

Cur in argumentatione à permutando debeant termini eſſe in eodem genere.

1 *NOtant quidem quidam doctè, ac verè in hac forma ſola argumentationis debere eſſe vtriuſq; proportionis terminos in eodem genere, in reliquis verò modis ſequentium geometricarum illationum circa proportiones quantitatum, velut in conuerſa, compoſita proportione, &c. poſſe eſſe primæ proportionis terminos vnius generis, ſecundæ verò proportionis poſſe eſſe terminos in genere diuerſo à genere primæ proportionis. Verbi*

gratia

gratia. Si in prima proportione sit vt linea ad lineam, ita in secunda proportione sit superficies, siue figura ad figuram, non licebit permutando inferre, ergo vt antecedens linea ad antecedentem superficiem, sic consequens ad consequentem; fit enim transitus à genere in diuersum genus, inter quæ non est geometrica proportio, iuxta 4 definit. huius, & notata à nobis ad eam; linea enim quantumuis extendatur, vt linea, idest in longum, numquam æquabit superficiem. At in alijs sequentibus formis argumentandi, velut in sequēti ab inuersà proportione, licebit inferre, si est vt linea antecedens ad lineam consequentem, vt superficies antecedens ad superficiem consequentem, ergo, & inuertendo, vt linea consequens ad lineam antecedentē, sic superficies consequens ad superficiem consequentē.

2 *At vnde istæ angustiæ in argumentatione à permutata proportione, vt ea sola debeat habere vtriusq; proportionis terminos in eodem genere? E modò dictis patet. nam in alijs formis argumentandi circa proportiones fiunt illationes in eadem proportione, idest conferuntur variè inter se termini, & eorum partes in eadem proportione, in qua sunt; idest termini primæ proportionis inter se, termini secundæ proportionis inter se, lineæ cum lineis, superficies cum superficiebus; & in nullis earum illationum fit transgressio à genere terminorum in vna proportione ad terminos alterius proportionis, nec itur à terminis in vno ad terminos alterius generis; ideo in suo quæq; genere, licet diuerso, rectè procedunt illationes. At quoniam in sola formà a permutando fit transitus, & collatio terminorum primæ proportionis, etiam cum terminis secundæ proportionis, ab antecedente primæ ad antecedens secundæ à consequente primæ ad consequens secundæ, ideo, vt possit esse legitima illatio, & proportio iuxta 4 defin. debent primæ, & secundæ proportionis termini esse in eod. genere. Aliqui Geometricæ Philosophiæ imperitiã in se produnt, dum non permutando, sed permiscendo conferunt antecedens primæ proportionis cum consequente secundæ, & antecedens secundæ cum consequente primæ. Absurdissimũ enim est, si est vt 8 ad 4, ita 2 ad 1, inferre: ergo permutando est, vt 8 ad 1, sic 2 ad 4. Fæditas enim permixtionis, pro permutatione, statim per se patet.*

§ 15.

§ XV.

SCHOLION III.

Hæresis de æternitate mundi ex ignorantià huius 13 definitionis malè firmata.

H*Inc fœdæ hallucinationes aliquorum philosophorum truncatorum, & mancorum, qui scilicet profitentur se philosophos sine cognitione potioris, & certioris partis philosophiæ, quæ est in primis Geometrica. Quales Auerroistæ pleriq; qui, dum hæresim de Mundi æternitate affirmant, & assertionis illius infirmitatem vident:* Vt se habet voluntas Dei noua (*vt aiunt*) ad effectum antiquum, idest ad Mundum ab æterno, sic voluntas Dei antiqua, idest ab æterno, ad effectum nouum, idest ad Mundum in tempore, *conantur illam fulcire ineptissimè, ac fœdissimè formà argumentationis ab hac 13 definitione sic: Vt voluntas noua ad effectum nouum, sic antiqua, siue æterna in Deo ad effectum antiquum, siue æternum; ergo, & permutando, vt voluntas noua ad effectum antiquum, sic voluntas antiqua ad effectum nouum; at voluntas noua non ponit effectum antiquum, qui iam supponitur ante voluntatem nouam, ergo nec voluntas Dei ab æterno potuit ponere in tempore effectum nouum, idest mundum. ergo ab æterno est mundus cum volũtate Dei æterna. Papæ acutos Philosophos, ac geometricæ philosophiæ peritissimos, & incõcussos æterni Mundi fulciores! Nec rudes quidẽ Tyrones definitionis huius 13 verba vel leuiter percipientes tam fœdè laberentur. Peccant Auerroistæ non solum in hæretica materia, sed etiam in geometrica forma dupliciter; primo, quia eam vsurpant in duabus proportionibus rerum diuersi generis, & à generis vnius proportione transiliunt ad genus alterius proportionis, contra prædicta in expositione conditionum necessariarum ad veritatem geometricæ ratiocinationis à permutatà proportione. Proportio antiquæ voluntatis ad antiquum effectum alterius generis terminos habet à proportione nouæ voluntatis*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

tatis ad nouum effectum, ideo ex præscripto geometrico non licet transilire ab altera in alteram. &c. Secundo, peccant in abusu etiã altero permutatæ proportionis, quia non permutant, sed permiscent terminos, & ab antecedente prioris proportionis, idest à voluntate noua transiliunt ad consequens secundæ proportionis, idest ad effectum antiquum; at permutata proportio est tantum antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens, atq; in proportionibus terminorum eiusdem generis. Relege notata, & cauta in antecedenti scholio 2.

Nostrum est, qui Geometricam Philosophiam profitemur, expendere si quando aliqui ageometrici nostra vsurpent, an id legitimè faciant, vt rectè nostris vtantur, non abutantur. Vides quanti intersit recta intelligentia vel vnius geometricæ definitionis, quæ tanti momenti hæresim tam apertè subruit, ac meritò vilitat.

DEFIN. XIV.

Conuersa ratio est sumptio consequentis, vt antecedentis, ad antecedentẽ vt ad cõsequentẽ. *Vide cor. prop. 4.*

SCHOLION:

SI *est 9 ad 6 vt 12 ad 8, ergo conuertendo, vel è contrario, erit quoq; 6 ad 9 vt 8 ad 12.*

DEFIN: XV.

Compositio rationis est sumptio antecedentis vna cum consequente, vt vna ad consequentem. *Demonstratur prop. 18, in qua cum est vt AB ad ED, ita CF ad FD, est quoque vt AB ad FD, ita CD ad FD.*

SCHO-

SCHOLION.

SI est vt 6 antecedens ad 4 consequens, ita 3 antecedens ad consequens 2; ergo & componendo 4 cum 6, erit 10 ad consequẽs 4; vt 3 cum 2, idest 5 ad 2. &c.

DEFIN. XVI.

Diuisio rationis est sumptio excessus, quo antecedens superat consequentẽ, ad consequentẽ.

Demonstratur propos. 17, in qua cum est vt AB ad BE, ita CD ad DE, est quoque vt AE ad EB, ita CF ad FD.

SCHOLION.

SIt 16 compositum ex 12, & 4, in eadem proportione ad partem 4, in qua est compositum 8, ex 6, & 2, ad partem 2; erit etiam vt pars 12 ad partem 4, ita pars 6 ad partem 2. Si est vt 16 ad 4, ita 8 ad 2, ergo, diuidendo, est vt 12 ad 4, ita 6 ad 2. Composita erant in vna eademque proportione quadrupla ad partes, 16 ad 4, 8 ad 2; partes sunt in vna, eadẽq; tripla inter se 12 ad 4, 6 ad 2

DEFIN. XVII.

Conuersio rationis est sumptio antecedentis ad excessum, quo antecedẽs cõsequentẽ superat.

Demonstratur prop. 19, in qua cum est vt AB ad CD, ita AE ad CF, erit quoq; EB ad FD, vt est AB ad CD.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

SCHOLION.

Sit totum 10 diuisum in duas partes 6, 4. Item sit totum 20 diuisum in duas partes 12, & 8; & sit vt totum antecedens 10 ad consequens, idest ad partem 4, vt alterum totum antecedens 20 ad consequentem, idest ad partem 8; erit etiam, vt primum antecedens 10 ad 6 excessum, quo superat consequens 4, ita & antecedens 20 ad excessum 12, quo superat consequens 8.

Si est vt 10 ad 4, ita 20 ad 8, ergo & conuertendo, vel per conuersionem rationis, erit vt 10 ad 6, sic & 20 ad 12.

DEFIN. XVIII.

Ex ęquali ratio est cùm plures fuerint magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, ita in secundis prima ad vltimam. Vel est sumptio extremarum per subtractionem mediarum. *Demonstratur 22, in qua cum est vt A ad B, ita D ad F, & vt B ad C, ita E ad F, erit ex æquali, vt A ad C, ita D ad F.*

SCHOLION.

Sint tres numeri 18, 12, 6, & alij tres 12, 8, 4, & sint bini in eadem proportione, vt 18 ad 12, sic 12 ad 8, & vt 12 ad 6, ita 8 ad 4; igitur ex æquali, siue ex æqualitate (subductis medijs 12, 8, & sumptis extremis) erit vt 18 ad 6, ita 12 ad 4.

DE-

DEFIN. XIX.

Ordinata proportio est, cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem, vt autem consequens ad aliā quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *In propos. 20, & 23, in primis magnitudinibus antecedens est A, consequens B, alia quæpiam C, in secundis antecedens est D, consequēs E, alia quæpiam F.*

SCHOLION.

S*Int 12, 6, 4, & 6, 3, 2; si est 12 ad 6, vt 6 ad 3, & sit etiam vt 6 ad 4 sic 3 ad 2, dicitur ordinata proportio, scilicet eodem ordine procedens in primis, & secundis terminis.*

DEFIN. XX.

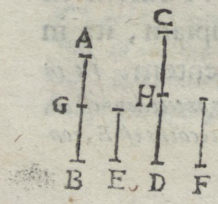
Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus, & alijs ipsis numero æqualibus, fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem, ita in secundis antecedens ad consequentem. Vt autem in primis consequens ad aliam quampiam, ita in secundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vt in 21, & 23 prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A, consequens B, alia quæpiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quæqiam D.*

SCHOLION.

Sint 12, 8, & 6, 4, vt quidem 12 ad 8, sic 6 ad 4; & sit, vt in prioribus numeris cõsequẽs 8 ad aliũ quẽpiam 4. v. g. duplus, ita & in posterioribus numeris alius quispiam numerus 12 duplus sit ad antecedẽtem 6; dicitur hæc illatio perturbata. Vtraque series est: 12, 8, 4, & 12, 6, 4. Si est vt 12 ad 8, ita 6 ad 4, erit & vt 8 ad 4, ita 12 ad 6. Vide nos etiam ad 20, & 21 propos. huius lib. 5.

Propos. I. Theor. I.

Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices, quotuplex est vna magnitudo vnius totuplices sunt omnes omnium.



Sint quotcumq; magnitudines AB, CD quotcumque magnitudinum E, F ęqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices. Dico quam multiplex est

AB ipsius E, tam multiplices esse AB, CD simul ipsarum E, F simul. Cùm enim quam multiplex est AB ipsius E, tam multiplex sit CD ipsius F; erunt in CD tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in AB æquales ipsi E. Diuidatur AB in magnitudines AG, GB æquales ipsi E, Et CD in CH, HD æquales ipsi F; eritque multitudo ipsarum AG, GB æqualis multitudini ipsarum CH, HD: cumque AG ipsi E, & CH ęqualis sit ipsi F, erunt AG, CH æquales ipsis E, F. Eàdem de causa erunt GB, HD ipsis E, F æquales. quot ergo in AB sunt magnitudines ęquales ipsi E, tot sunt in AB, CD æquales ipsis E, F. Quare quàm multiplex est AB ipsius E, tam multiplices sunt AB, CD ipsarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonstrare.

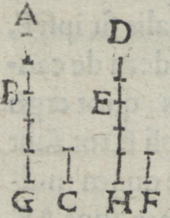
SCHOLION.

Sint numeri 4, & 3, & vtriusq; æquimultiplices, puta, tripli, ipsius 4 triplus 12, ipsius 3 æquemultiplex 9, si addantur inter se 4, & 3, & fiat 7, addantur & æquimultiplices 12, & 9 inter se, & fiat 21, quemadmodum alteruter multiplicium se habebit ad alterutrum 4. vel 3, quorum sunt æquemultiplices, sic & simul additi æquemultiplices in summam 21 se habebunt ad summū duorum 4, & 3, idest ad 7, idest pariter in tripla proportione. 4, 3, 7; 12, 9, 21. Si est vt 12 ad 4, ita 9 ad 3; ergo erit pariter & 21 ad 7 in eadem proportione.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propoſ. II. Theor. II.

Si prima ſecundæ æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex, atque ſexta quartæ, erit & compoſita ex primà, & quinta æquè multiplex ſecundæ, atq; tertia, & ſexta quartæ.



Esto prima AB ſecundę C ęquè multiplex, atque tertia DE quartæ F: ſit verò & quinta BG ſecundæ C ęquè multiplex, atq; ſexta EH quartæ F. Dico & compoſitam ex primà, & quintà AG ſecũdæ C æquè multiplicem eſſe, atque eſt tertia, & ſexta DH quartæ F. Cùm enim quàm multiplex eſt AB ipſius C, tam multiplex ſit DE ipſius F, erunt in DE tot magnitudines æquales ipſi F, quot ſunt in AB æquales ipſi C. Eàdemque de cauſà quot ſunt in BG æquales ipſi C, tot erunt in EH æquales ipſi F: quot ergo ſunt in tota AG æquales ipſi C, tot ſunt in tota DH æquales ipſi F. Quã multiplex eſt ergo AG, ipſius C, tã multiplex eſt DH ipſius F. Ergo AG, compoſita ex prima, & quinta, ſecundæ C æquè multiplex eſt, atq; tertia, & ſexta DH quartæ F. Si ergo prima ſecnndæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

SCHO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

SCHOLION.

Sint numeri primus 2 æquemultiplex secundi numeri 1, vt tertius 4 est æquemultiplex quarti numeri 2, idest, primus, & tertius duplices secundi, & quarti. sit quintus numerus 4 æquemultiplex secundi numeri 1, vt sextus numerus 8 est æquemultiplex quarti numeri 2, idest sint quintus, & sextus numeri quadrupli secundi, & quarti; erit etiam numerus compositus, ex primo numero 2, & ex quinto numero 4, idest 6 erit æquemultiplex secundi numeri 1, ac compositus ex tertio numero 4, & ex sexto numero 8, idest 12, est multiplex quarti numeri 2. 2, 1; 4, 2; 4, 8; 6, 12. *si 2 est ad 1, vt 4 ad 2; & si est 4 ad 1, vt 8 ad 2, erit etiam 6 ad 1, vt 12 ad 2.*

Propos. III. Theor. III.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ, sumantur autem æquè multiplices primæ, & tertiæ, erit ex æquali sumptarum vtraq; vtriusq; æquè multiplex, altera quidem secundæ, altera autem quartæ.

Esto prima A secũdæ B æquè multiplex, atque tertia C quartę D, & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices EF, GH. Dico æquè multiplicem esse EF ipsius B, atque est GH ipsius D. Cùm enim æquè multiplex sit E

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

F ipſius A, atque eſt GH ipſius C, continebuntur

in GH tot magnitudines æquales ipſi C, quot in EF æquales ipſi A. Diuidatur EF in magnitudines EK, KF æquales ipſi A, & GH in GL, LH æquales ipſi C. Eſt autem multitudo ipſarũ EK, KF æqualis multitudini ipſarum GL, LH Et quia æquè multiplex eſt A ipſius B, vt C ipſius D, eſtque EK ipſi A, & GL ipſi C æqualis, erit & EK æquè multiplex ipſius B, vt GL ipſius D. Eadẽ de cauſa ęquè multiplex eſt KF ipſius B, vt LH ipſius D. Cùm igitur prima EK ſecundæ B æquè multiplex ſit, vt tertia GL quartæ D, ſit verò & quinta KF ſecundæ B æquè multiplex, vt eſt ſexta LH quartæ D; a erit & compoſita ex prima, & quinta EF ſecundæ B æquè multiplex, atque eſt tertia cum ſexta GH quartæ D. Si ergo prima ſecũdæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *propoſ. 2. 5.*

SCHOLION.

SI numerus primus 2 eſt æquemultiplex ſecundi numeri 1, ac eſt tertius numerus 4 multiplex quarti numeri 2. ideſt in dupla proportione; & primi numeri 2 ſumatur æquemultiplex 6, ac tertij 4 multiplex 12, ideſt in tripla proportione, erit 6 æquemultiplex ſecundi numeri 1, ac multiplex eſt 12 quarti numeri 2; ideſt in ſextupla proportione. 2, 1; 4, 2; 6, 12. Si eſt vt 2 ad 1, ita 4 ad 2, ergo erit vt 6 ad 1, ita 12 ad 2.

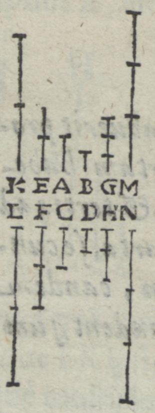
Pro-

Propos. IV. Theor. IV.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam habebunt & æquemultiplices primæ, & tertiæ ad æquemultiplices secundæ, & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, eandem proportionē, si, vt inter se respondent, sumpta fuerint.

HAbeat prima A ad secūdam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartā D. Et accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices E, F; ipsarū verò B, D quæcunque aliæ æquè multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æquè multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C, acceptæque sunt ipsarū E, F æquè multiplices K, L: [a] ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L ipsius C. Eadem de causa ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, *a propos. 3.5.*

b def. 5. 5.



C æquè multiplices K, L, ipsarum verò B, D alię quæcunque M, N; [b] ergo si K superat M, sperabit & L ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor; suntque K, L ipsarum E, F æquè multiplices, M verò, & N sunt ipsarum GH, æquè multiplices; [c] est ergo vt E ad G, ita F ad H. Si ergo prima ad secundam &c. Quod oportuit demonstrare.

c def. 5. 5.

LEMMA.

QVoniam demonstratum est, si K superet M, superare & L ipsum N, & si sit ęqualis, esse æqualem; si minor, minorem; constabit etiam, si M superet K, superare & N ipsum L, & si sit æqualis, esse æqualem, si minor, minorem; atque idcirco erit vt G ad E, ita H ad F.

COROLLARIVM.

EX hoc manifestum est, si quatuor magnitudines fuerint proportionales, & cõuersim proportionales esse. *Hoc est si est vt A ad B, ita C ad D, esse quoque B ad A, vt D ad C.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

SCHOLION I.

Sint antecedentes vtriusq; proportionis numeri 2, 4, & consequentes 1, 2, sitq, vt 2 ad 1, ita 4 ad 2, in dupla proportione. accipiantur antecedẽtium æquemultiplices, ipsius 2 accipiatur multiplex 8, ipsius 4 æquemultiplex 16, in quadrupla proportione. Pariter consequentium accipiantur æquemultiplices, ipsius 1, multiplex 3, ipsius 2 æquemultiplex 6, in tripla proportione; erunt & æquemultiplices antecedentium proportionales cum æquemultiplicibus consequentium, idest erit vt 8 multiplex primi antecedentis ad 3 multiplicem primi consequentis, ita 16 æquemultiplex secundi antecedentis ad 6 æquemultiplicem secundi consequentis. 8, 2, 1, 3; 16, 4, 2, 6. Si est vt 2 ad 1, ita 4 ad 2, erit etiam vt 8 ad 3, ita 16 ad 6. Vt 8 cõtinet bis ipsum 3, & duas ipsius 3 tertias, sic 16 continet bis ipsum 6, duas ipsius tertias, idest duos binarios.

SCHOLION II.

Præterea, iuxta lemma post hanc propositionem quartam, vt 8 superat 3, sic 16 superat 6; & vt 3 minor est ipso 8, sic 6 minor ipso 16. Si æquales fuerint extremi primæ proportionis, erunt & extremi secundæ æquales. &c.

SCHOLION III.

Ex corollario huius 4 propos. elicitur demonstratio 14. definitionis, idest conuersæ proportionis, atq; hìc patet geometricè rei veritas in ea definitione indicatæ, & arithmeticè à nobis ostẽsæ. *Demonstratio definitionis 14.*

SCHOLION IV.

Vniuersalitates huius 4 propositionis.

Notanda est vniuersalitas huius quartæ propositionis, cuius verba vniuersalia sunt de proportione in genere, quæ scilicet etiam irrationalem comprehendat, vt ex propor-

tione eàdem, ac rationali æquemultiplicium elicias, ac demonstres etiam quantitates irrationales esse in eadem proportione. Præterea vniuersalis etiam est ad proportionem eamdem inter quantitates diuersi generis, cùm v. g. antecedens, & consequens vnius proportionis sunt lineæ, & alterius proportionis sunt superficies. &c.

SCHOLION V.

DEniq; probat hæc propos. 4 æquemultiplicia esse in eàdem etiam specificà proportione cum quantitatibus, quarum sunt æquemultiplicia. In definitione autem quinta assumpsit esse saltem in generica, &c. iuxta ad eam definitionem à nobis explicata. ea relege.

§I.

SCHOLION VI.

Ostensiones numericæ valent etiam de proportionibus irrationalibus.

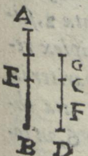
EX hac eadem propos. 4 licebit nobis demonstratiuè vti numeris in omnibus huius libri propositionibus. Nam licet numeri pertineant solum ad proportiones multiplices, & rationales, tamen assumpti tanquam indices partium in æquemultiplicibus proportionum etiam irrationalium, rectè ostendunt proportiones, & proportionum affectiones, geometricè demonstratas in propositionibus huius libri quinti. nam ex hac 4 prop. patet geometricè æquemultiplicia esse in eàdem proportione cum quantitatibus, quarum sunt æquemultiplicia; & quod in numeris ostenditur de æquemultiplicibus valet etiam de proportionibus quantitatum irrationalium, quarum sunt æquemultiplicia.

Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propos. V. Theor. V.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atq; ablata ablatæ & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.



SIt magnitudo A B magnitudinis C-D æque multiplex, atque est ablata AE ablatæ CF. Dico & reliquam EB reliquæ FD æque multiplicem esse, vt est tota AB totius CD. Quotuplex enim est AE ipsius CF, totuplex fiat EB ipsius CG. Et quia æque multiplex est AE ipsius CF, atque EB ipsius CG, a erit AE æquè multiplex CF, atque AB ipsius GF; ponitur autem AE æquè multiplex ipsius CF, atq; est AB ipsius CD æquè multiplex, ergo multiplex est AB vtriusq; GF, CD: b ęquales ergo sunt GF, CD. Communis CF auferatur, & erit reliqua GC reliquæ DF æqualis. Et cum ęquè multiplex sit AE ipsius CF, atq; EB ipsius GC, estque GC æqualis DF, æque ergo multiplex est AE ipsius CF, atq; EB ipsius FD. Ponitur autem & AE ipsius CF ęquè multiplex, vt AB ipsius CD: æquè ergo multiplex EB ipsius FD, atq; AB ipsius CD; ergo reliqua EB reliquę FD æquè multiplex est, atque est tota AB totius CD. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a propos. 1.5.

b Colligitur ex ax. 7.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

SCHOLION I.

Sint numeri 16, *&* 8, *& auferatur ex* 16 *quarta pars* 4, *ex* 8 *verò quarta* 2; *& ex subductione ipsius* 4 *ex* 16 *reliquus sit numerus* 12; *ex subductione ipsius* 2 *ex* 8 *reliquus numerus sit* 6; *sitq;* 16 *ipsius* 8 *æquemultiplex, ac pars ablata* 4 *partis ablatæ* 2, *scilicet in dupla proportione, erit reliqua pars* 12 *æquimultiplex reliquæ* 6, *ac est totus numerus* 16 *numeri totius* 8, *idest pariter in dupla:* 16, 8, 4, 2, 12, 6. *Si est vt totum* 16 *ad totum* 8, *ita ablatum* 4 *ad ablatum* 2, *erit & reliquum* 12 *ad reliquum* 6, *vt totum* 16 *ad totum* 8.

§ II.

SCHOLION II.

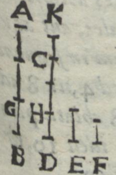
Demonstratio praxis § 3 ad postulata.

Ex hac propos. habes demonstrationem praxis ingeniosæ, & paradoxicæ in § 3 *ad postulata. Vide etiam inferius ad propos.* 19. *Habes in citato* § *vsum singularem, & practicum æquemultiplicium.*

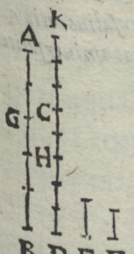
Propoſ. VI. Theor. VI.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam ſint earumdẽ æquè multiplices, erunt reliquæ eiſdem aut æquales, aut æquè multiplices.

SInt duæ magnitudines AB, CD duarum magnitudinum E, F æquè multiplices, auferanturq; AG, CH earundẽ E, F æquè multiplices. Dico reliquas GB, HD ipſis E, F aut æquales eſſe, aut ęque multiplices. Sit primo GB ipſi E æqualis. Dico & HD ipſi F æqualem eſſe. Ponatur ipſi F æqualis CK. Cùm igitur AG



æque multiplex ſit ipſius E, atque CH ipſius F, ſit verò GB ęqualis ipſi E, & CK ipſi F, [a] æquè multiplex erit AB ipſius E, atque KH ipſius F. Ponitur autem æque multiplex AB ipſius E, atque eſt CD ipſius F: æque ergo multiplex eſt KH ipſius, F, atque CD eiuſdem F. Cùm ergo vtraque KH, CD ipſius F æquè ſit multiplex, [b] æqualis erit KH ipſi CD. Communis CH auferatur, & erunt reliquæ KC, HD æquales. Sed KC



[a] *prop. 1. 5*

[b] *Colligitur ex ax 7.*

æqua-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

æqualis eſt F, ergo & HD eidem o æqualis erit. Eſt ergo GB æqualis ipſi E, & HD ipſi F. Similiter demonſtrabimus, ſi GB ipſius E fuerit multiplex, æquè multiplicem eſſe HD ipſius F. Si ergo duæ magnitudines. &c. Quod oportuit demonſtrare.

SCHOLION.

Dvo numeri antecedentes 16, & 8 duorum numerorum conſequẽtium 4, & 2 ſint æquemultiplices, ſcilicet quadrupli, & ex 16, & 8 detracti numeri partiales 12, & 6 ſint æquemultiplices eorumdem 4, & 2, ſcilicet tripli; reliqui poſt ablationem 12 ex 16, & 6 ex 8, ideſt numeri 4, & 2, erunt æquales conſequentibus; vt patet.

16, 4; 8, 2; 12, 6; 4, 2. *Si eſt vt 16 ad 4, ita 8 ad 2, & pariter ſit 12 ad 4; vt 6 ad 2; reliqui 4, & 2 æquales erunt ipſis primis conſequentibus 4, & 2.*

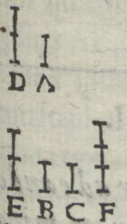
Quoniam verò propoſitio affirmat reliquas partes ablationum primarum partium ex antecedentibus eſſe aut æquales, aut æquemultiplices conſequentium, eſto ſecundum exemplum in ſequentibus numeris: 16, 4; 8, 2; 6, 3; 10, 5. *Si eſt vt 16 ad 4, ita 8 ad 2 & ex 16 ablata pars 6 eſt ad 4 conſequens, vt ex 8 ablata pars 3 ad 2; ergo & reliquæ ad complementum 16, & 8, ideſt 10, & 5 ſunt etiam ipſæ æquemultiplices conſequentium 4, & 2.*

Clauius hoc theorema ſextum demonſtrat vniuerſalius etiam de omni genere proportionis, vt Euclides demonſtrat vniuerſaliter in 24 theoremate theorema 2 huius lib.

Pro-

Propos. VII. Theor. VII.

Aequales ad eandem eandem habent proportionem, & èadem ad æquales.



Sint magnitudines A, B æquales, & alia quæcunque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad easdem A, B. Accipiantur ipsarum A, B æque multiplices D, E; & alia F ipsius C vtcunque multiplex. Cùm igitur æque multiplex sit D ipsius A, & E ipsius B, sit verò A æqualis B, [a] erit & D æqualis E, estque alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F, erit & E eàdem F maior, & si æqualis, æqualis; si minor, minor; suntque D, E ipsarum A, B æquè multiplices, & ipsius C alia F vtcunque multiplex: est [b] ergo vt A ad C, ita B ad C. Dico & C ad vtramque A, B eandem habere proportionem. Iisdem enim constructis ostendemus D æqualem esse E, & aliam quandam F. Si ergo F maior est D, erit & maior, quã E, & si æqualis, æqualis; si minor minor, estq; F ipsius C multiplex, aliæ verò D, E vtcunque multiplices ipsarum A, B. [c] est ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo æquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

a Colligitur ex 6.

b def. 5. 5.

c def. 5. 5.

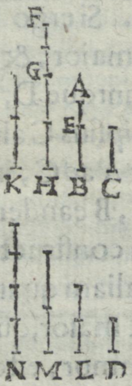
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

SCHOLION.

P*Atet in ipsis terminis. nam 8 & 8 habent ad 4 eandem proportionem duplam, & 4 habet eandem subduplam ad 8, & 8.*

Propos. VIII. Theor. VIII.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quàm minor. Et èadem ad minorem maiorẽ habet, quàm ad maiorem.



SInt inęquales magnitudines AB, C; sitque AB maior, quàm C: sit & alia D quæcunque. Dico AB ad D maiorem habere proportionẽ, quàm C ad D, & D ad C maiorem, quàm ad AB. Cũ enim AB maior sit quàm C; ponatur ipsi C æqualis BE. Itaque minor ipsarum AE, EB a multiplicetur, donec maior fiat, quàm D. Sit primò AE minor quàm EB, & multiplicetur AE, donec maior fiat quàm D, quæ sit FG, & quam multiplex est FG ipsius AE, tam multiplex fiat GH ipsius EB, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps

a. def. 4. 5

ps vna plus, quoad sumpta multiplex ipsius D fiat primò maior quam K, sumpta sit N quadrupla ipsius D, & primò maior quam K. Cum ergo K primò minor sit quam N, non erit K minor quam M, cumque æque multiplex sit FG ipsius AE, & GH ipsius EB, *b* erit FG æque multiplex ipsius AE, & FH ipsius AB. æque autem multiplex est FG ipsius AE, & K ipsius C, *c* æque ergo multiplex est FH ipsius AB, & K ipsius C: sunt ergo FH, & K ęque multiplices ipsarum AB, C. Rursus cum GH ipsius EB æque sit multiplex, vt K ipsius C, sitque EB ipsi C æqualis. *d* erit & GH ipsi K ęqualis. At K non est minor M, ergo nec GH minor erit M. maior autem est FG, quam D, tota ergo FH vtraq; D, M maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque autem M, D ipsius D quadrupla: est verò & N ipsius D quadrupla, ergo vtraq; M, D æquales sunt ipsi N. sed FH ipsis M, D maior est, *e* ergo FH superat N, & K non superat N. Quia ergo FH, & K sunt ęque multiplices ipsarum AB, C, at N ipsius D vtcũq; multiplex est, *f* habebit AB ad D maiorẽ proportionem, quam C ad D. Dico contra D ad C maiorem habere, quam ad AB ijsdem enim constructis, similiter demonstrabimus N superare K, & non superare FH. Etenim N mul-

b *prop. 1. 5.*

c *ax. 1.*

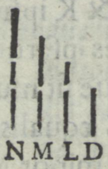
d *Colligit ur ex ax. 1.*

e *def. 7. 5.*

f *Cum. n. sint quatuor magnitudines AB, D, C, D, superetq; multi-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

tiplex est ipsius D: ipsarum verò AB, C vtcunque multiplices sunt FH, K: habet ergo D ad C maiorem proportionem, quam ad AB. Sit iam AE maior quam EB, & minor EB multiplicata fiat maior, quàm D, quę sit GH, multiplex quidem ipsius EB, maior verò quàm D. Et quàm multiplex est GH ipsius EB, tã multiplex fiat FG ipsius AE & K ipsius C; similiterq; ostendemus FH, & K ipsarum AB, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D, primo autem maior, quàm FG, vt rursus FG minor non sit, quàm M; maior verò GH quàm D, ita vt tota FH ipsas D, M, hoc est, N superet, K verò ipsam N non superet, quoniam & GF maior, quàm GH, hoc est, quam K, non superat N. atq; ita perficiemus demonstrationem vt supra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit, &c.



plex prima FH multiplicẽ secũdæ N; at multiplex tertiæ k non superet multiplicẽ quartæ N, erit maior proportio AB ad D, quàm C ad D, per def. 7 huius.

SCHOLION I.

INæqualium numerorum datorum 12, & 8 maior 12 habet maiorem proportionem ad 4, scilicet triplam, quam 8 qui numerus habet ad 4 duplam, & idem 4 ad minorem datorum 8 habet maiorem proportionem, idest minori sui additione æquat ipsum 8, scilicet duplici tantùm additione sui; at verò respectu maioris 12, idẽ 4 maiori sui additione, scilicet tripla, æquat ipsum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

12. 12, & 8 continentibus ipsum 4, dicitur maior continentia seu proportio 12 respectu 4 quia ter continet 4, quam proportio 8 ad 4, quia bis tantùm continet. Contraria ratione maioritas proportionis partis contentæ respectu continentis spectatur ex minus cōtineri, & minus esse partem, & ex accedere magis ad esse simile ipsi toti non diuiso. Quoniam igitur 4 per duplicem tantum sui replicationem accedit ad 8, at per triplicationem accedit ad 12, ideò propior est æqualitati ipsius 8, & maiorem habet vicinitatem, siue proportionem ad 8, quàm ad 12. Hæc Tyronibus.

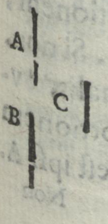
SCHOLION II.

In quo paradoxum contra hanc prop. 8.

ANgulus rectus, & angulus semicirculi sunt maiores angulo acuto, & licet rectus sit maior angulo semicirculi, non habet tamen ad acutum proportionem maiorem (siue maioris inæqualitatis) quam ang. semicirculi. Vide rationem in *§ 2 ad propos. 16. lib. 3.*

Propos. IX. Theor. IX.

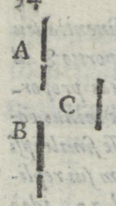
Quæ ad eandem eandem habent proportionem æquales sunt: Et ad quas eadem eandem habet, & illa sunt aquales.



HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales,[a] non habebit vtraq; A, B ad C eandem pro- a prop. 8. 5.

por-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3



portionem; habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales, [b] non habebit C ad A, B eandē proportionē. Habet autē, æquales ergo sunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 8. 5.

SCHOLION.

Nona propositio patentissima est, & conuersa septima. Quia enim 8, & 8 eandem duplam habent proportionem ad 4, ideo & æquales sunt; & quia 4 ad 8, & 8 habet eandem subduplam proportionem, ideo sunt 8, & 8 æquales numeri.

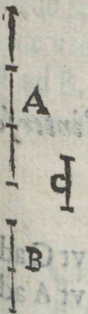
Propos. X. Theor. X.

Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior est, ad quam vero eadem maiorem habet, minor est.

Habeat A ad C maiorem proportionem, quam B. Dico A maiorem esse. Si non, aut A est æqualis B, aut minor. non çqualis, [a] vtraq; enim A, B eandem haberet proportionem ad C; at nō habet; non ergo B æqualis est ipsi A.

a prop 9. 5.

Non



Non minor; quia si minor esset A, quàm B, [b] haberet A ad C minorẽ proportionem, quàm B; at non habet: non ergo A minor est, quàm B. ostensum est autem quòd neque sit æqualis; maior est ergo A, quàm B. Habeat rursus C ad B maiorem proportionem, quàm ad A; dico B minorem esse, quàm A. Si non; aut est æqualis, aut maior. Non æqualis, [c] haberet enim C ad A, & B eandem proportionem; at non habet; non ergo A æqualis est ipsi B. Neque maior est B, quàm A; [d] haberet enim C ad B minorem proportionem, quàm ad A; at non habet: non ergo B maior est, quàm A. Ostensum est autem quòd neque æqualis. maior ergo est A, quàm B. Ad eandem ergo proportionem, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 8. 5.

c prop. 9. 5.

d prop. 8. 5.

SCHOLION.

Decima conuersa est octauæ. Nam duorum numerorum 12, & 8 habentium proportionem ad 4, maiorem proportionem (iuxta exposita ad 8) continentiæ respectu ipsius 4 habet 12, quàm 8, ideo 12 maior numerus est, quàm 8; Ipse verò numerus 4, qui habet maiorem proportionem, ac similitudinem minus diuisi, & propius accedentis ad totum respectu ipsius 8, quam respectu ipsius 12 (iuxta exposita ad 8) ideo & minor est, idest minus replicatè continet ipse numerus 8 numerum 4, quàm 12 eundem 4. Ergo minor 4, quàm 12.

Propos. XI. Theor. XI.

Quæ eidem eædem sunt proportiones, & inter se eædem sunt.

Sit vt A ad B, sic C ad D; & vt C ad D, sic E ad F. Dico esse vt A ad B, ita E ad F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K; ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunq; æque multiplices L, M, N. Et quia est vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æque multiplices G, H; ipsarum verò B, D vtcunq; æque multiplices L, M:

a def. 5. 5.

[a] ergo si G excedit L, excedit & H ipsã M, & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Rursus cum sit vt C ad D, ita E ad F, & acceptæ sint ipsarũ C, E æque multiplices H, K, ipsarum verò D, F aliæ vtcunque æque multiplices M, N;

b def. 5. 5.

[b] ergo si excedit H ipsam M, excedet & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sed si excedit H ipsam M, excedet & G ipsam L; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L, excedet & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor minor. Et sunt quidem G, K ipsarum A E

æque

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

æque multiplices; L, N vero ipsarum B, F sunt aliæ vtcunque æque multiplices. Est [c] ergo vt A ad B, ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c. Quod demonstrare oportuit. c d.f. 5. 5.

SCHOLION.

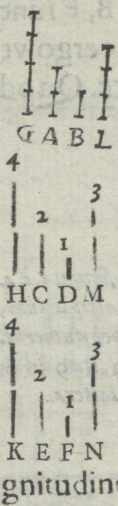
QVod geometricè demonstratur ex 5 defin. firmata à 4 propos. huius lib. 5. per sumptionem æquemultiplicium, facilius erit, & per se euidentius Tyroni per numeros. Nam si est vt 3 ad 2, ita 6. ad 4. & rursus vt 3 ad 2, ita 9 ad 6; ergo erit vt 6 ad 4, ita & 9 ad 6, idest omnes in sesquialtera.

Propos. XII. Theor. XII.

Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedentium ad vnam consequentium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

SInt quotcunq; magnitudines A, B, C; D, E, F, vt quidem A ad B, ita C ad D, & E ad F. Dico vt est A ad B, ita esse A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K; ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cùm sit vt A

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3



ad B, ita C ad D, & E ad F, acceptæq; sint ipsarum quidē A, C, E æque multiplices G, H, K, ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N; ergo si [a] G excedit L, excedet & H ipsam M, & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L, excedent & G, H, K ipsas L, M, N, & si æqualis æquales, si minor, minores; suntque G, & G, H, K ipsarum A, & A, C, E æquè multiplices; [b] quia si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices, quam multiplex est vna vnius, tā multiplices sunt omnes omnium. Eadem de causa sunt L, & L, M, N, ipsarum B, & B, D, F æque multiplices. Est ergo vt A ad B, ita A, C, E ad B, D, F. Si ergo quotcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 5. 5.

b prop. 5.4.

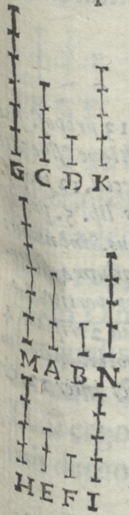
SCHOLION.

Haec propositio 12 demonstrat vniuersaliter de omni genere proportionis, etiam irrationalis, id, quod demonstrauit prima propositio de genere proportionis multiplicis, ac rationalis. Huius veritatem vide in eodem exemplo numerorum à nobis posito ad primam hu.

Propos. XIII. Theor. XIII.

Si prima ad secundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam, habebit & prima ad secundam maiorem, quam quinta ad sextā.

PRima A habeat ad secundam B eandē proportionem, quam tertia C ad quartam D, tertia verò C ad quartam D maiorem habeat, quam quinta E ad sextam F. Dico primam A ad secundam B maiorem habere, quam quintam E ad sextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F, sintque ipsarum C, E quædam æque multiplices, ipsarum verò D, F aliæ quæcumque; ac multiplex quidem ipsius C excedat multiplicem ipsius D, multiplex verò ipsius E non excedat multiplicem ipsius F. Sint ergo ipsarum C, E æquè multiplices G, H, ipsarum D, F aliæ vtcumque K, L, [a] sic, vt G quidem K excedat, H verò L non excedat; & quam multiplex est G ipsius C, tam multiplex sit M ipsius A; & quam multiplex est K ipsius D,



[a] def. 7. 5.

tam multiplex sit N ipsius B. Et cum sit vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sint ipsarum A C æque multiplices M, G, ipsarum vero B, D aliæ vtcumq; æque multiplices N, K; si M superat N, & G superabit K, & si æqualis, æqualis; si
b def. 5. 5. minor, minor: superat autem G ipsam K; [b] superabit ergo & M ipsam N: at H non superat I, & sunt M, H ipsarum A, E æquè multiplices, N verò, & L ipsarum B, F vtcumque æque multiplices sunt: habet ergo A ad B maiorem proportionem, quàm E ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION.

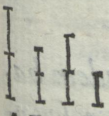
Facilis est assensus veritati satis patenti huius 13 propos. sine æquemultiplicibus in geometrica demonstratione, siue vice ipsorum vtendo numeris, iuxta dicta in anteced. 12 propos. Quod vniuersaliter dictum esto de reliquis huius lib. 5. propos. vniuersalibus, etiam pro proportionibus irrationalibus. Sint numeri 12, 4; 6, 2; 4, 2. in quibus, vt 12. primus ad secundum 4, sic tertius 6 ad quartum 2. & habeat 6 ad 2 maiorem proportionem, quàm quintus numerus 4 ad sextum 2. scilicet 6 ad 2 triplam, 4 ad 2 duplam; etiam primus 12 ad secundum 4 habebit maiorem proportionem, quam quintus 4 ad sextum 2; scilicet inter 12, & 4 tripla, inter 4 & 2 dupla est.

Pro-

Propoſ. XIV. Theor. XIV.

Si prima ad ſecundam eandem habuerint proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & ſecunda quam quarta maior: & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor.

PRima A ad ſecundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C, ad quartā D, & ſit A quàm C maior. Dico & B quàm D maiorem eſſe. Cùm enim A quàm C maior ſit, ſitque alia quæcũq; magnitudo B;[a] habebit A ad B maiorem proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B, ſic eſt C ad D; ergo C ad D maiorem habet proportionẽ, quam C ad B;[b] ad quam autem eadem maiorem proportionem habet, illa minor eſt; minor ergo eſt D, quam B. quare B quam D maior eſt. Similiter demonſtrabimus ſi A æqualis ſit C, & B ipſi D æqualem eſſe: & ſi A minor ſit quam C, & B minorem eſſe quàm D. Si ergo prima ad ſecundam, &c. Quod oportuit demonſtrare.


A B C D

a prop. 8. 5.

b prop. 8. 5.

SCHO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

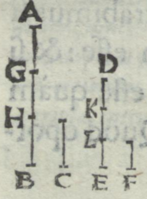
SCHOLION.

SIt vt 12 ad 4, sic 6 ad 2; erunt in eadem proportione, vel maioritatis, vel minoritatis, vel æqualitatis inter se consequentes 4, & 2, in qua sunt antecedentes 12, & 6. Est quædam quasi argumentatio à permutando, & quasi lemma ante 16 propos. huius. Vt 12 ad 4, sic 16 ad 2, ergo vt 12 ad 6 in maioritate, sic 4 ad 2. Inuerte numeros: vt 6 ad 2, sic sit 12 ad 4; ergo vt antecedens 6 minor est antecedente 12, sic & consequens 2 minor consequente 4. Pariter de æqualitate. &c.

Propos. XV. Theor. XV.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si, vt sibi mutuo respondent, sumantur.

SInt æque multiplices AB ipsius C, & DE ipsius F. Dico esse vt C ad F, ita AB ad DF. Cùm enim AB ipsius C ita multiplex sit, vt DE ipsius F, erunt in AB tot magnitudines æquales ipsi C, quot sunt in DE æquales ipsi F. diuidatur enim AB in magnitudines AG, GH, HB æquales ipsi C. Et DE in DK, KL, LE æquales ipsi F, eritq; multitudo AG, GH, HB æqualis multitudini DK, KL, LE. Et quia tam



AG,

AG, GH, HB, quàm DK, KL LE æquales sunt, erit vt AG ad DK, ita GH ad KL, & BH ad LE; [a] erit ergo vt vnum antecedentium ad vnum consequẽtium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est ergo vt AG ad DK, ita AB ad DE. Est autem AG ipsi C æqualis, & DK ipsi F; ergo vt C ad F, ita AB ad DE. Partes ergo, &c. Quod oportuit demonstrare. a prop. 12.5.

SCHOLION.

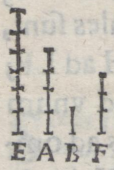
Scilicet si comparentur antecedentes cum antecedentibus, consequentes cum consequentibus, & sit numerus 12 æquemultiplex ipsius 4, ac est 6 ipsius 2, ergo vt 4 pars consequens prioris proportionis ad partem 2 consequentem secundæ proportionis, sic & æquemultiplex 12, antecedẽs prioris proportionis, ad æquemultiplicem 6 antecedentem secundæ proportionis.

Propos. XVI. Theor. XVI.

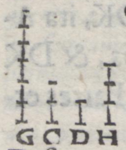
Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

Sint quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Vt A ad B, ita C ad D. Dico & permutatas proportionales esse: Vt A ad C, ita B ad D. Accipiantur enim ipsarum A, B eque mul-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3



multiplices, E, F, ipſarum C, D aliæ vt-
cumque G, H. Et quia E, F æquemul-
a prop. 15.5. tiplices ſunt ipſarum A, B, [a] habentque
partes eodem modo multiplicium eã-
dem proportionem inter ſe cõparatæ,
erit vt A ad B, ita E ad F. Vt verò A ad
B, ita eſt C ad D: ergo vt C ad D, ita eſt
E ad F. Rurſus cùm G, H ipſarum C,



b prop. 15.5. D ſint æquè multiplices; [b] erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D, ita eſt E ad F: ergo vt E ad F, ita eſt G ad H. [c] Cùm autem quatuor ma-
c prop. 14.5. gnitudines proportionales fuerint, & prima quàm tertia maior fuerit, erit & ſecunda quàm quarta maior; &, ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Ergo ſi E ſuperat G, & F ſuperabit H, &, ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Sunt autem E, F ipſarum A, B æque multiplices, G, H verò ipſarum C, D vtcumque ſunt ęque multiplices.
d def. 5 5. [d] Eſt ergo vt A ad C ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demõſtrare.

SCHOLION.

Ex hac 16 demonſtratio praxis paradoxicæ apud nos.

Demonſtratio d finitionis 13. H*Æc eſt demõſtratio geometrica veritatis per definitionem 13 ſignificatæ. Viae ad eam animaduerſiones noſtras, & in numeris oſtenſionem.*

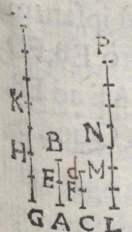
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Ex hac etiam 16. propos. demonstratur praxis ingeniosa §. 5 ad prop. 10. lib. 1.

Propos. XVII. Theor. XVII.

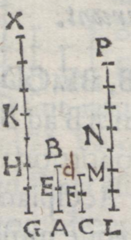
Si cõpositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

SInt compositæ magnitudines AB, BE, CD, DF proportionales. Vt quidem AB ad BE, ita CD ad DF. Dico & diuisas proportionales esse, vt AE ad EB, ita CF ad FD. Accipiantur enim ipsarum AE, EB, CF, FD æquè multiplices GH, HK, LM, MN, ipsarum verò EB, FD aliæ vtcumque æquè multiplices KX, NP. Et quia ęquè multiplex est GH ipsius AE, vt HK ipsius EB, [a] erit GH ipsius AE ęquè multiplex, vt GK ipsius AB. Æquè autem multiplex est GH ipsius AE, vt LM ipsius CF: [b] ergo æque multiplex est GK ipsius AB, vt LM ipsius CF. Rursus quia æquè multiplex est LM ipsius CF, vt MN ipsius FD, [c] erit LM ipsius CF æquè multiplex, vt LN ipsius CD. Æquè autem multiplex erat LN ipsius CF, vt GK ipsius AB, [d] ergo GK æque multiplex est ipsius AB, vt LN ipsius CD. Sunt ergo GK, LN ipsarum AB, CD æquè multiplices. Rursus quia



a prop. 1 5.
b prop. 11. 5.
c prop. 1 5.
d prop. 11. 5.

HK ipſius EB æquè multiplex eſt, vt MN ipſius FD; eſt verò & K X ipſius EB æquè multiplex, vt NP ipſius FD; [e] erit compoſita HX ipſius EB æquè multiplex, vt MP ipſius DF. Et qnia eſt vt A B ad BE, ita C D ad F D, ſumptæque ſunt ipſarum AB, C D æque multiplices G K, LN; ipſarum verò EB, FD aliæ vtcũque æquè multiplices HX, MP; ſi ergo G K ſuperat H X, & LN ſuperabit MP; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Superet GK ipſam HX, ablatâ communi HK, ſuperabit GH ipſam KX. Sed ſi GK ſuperat HX, ſuperabit & LN ipſam M P. Superet ergo L M ipſam M P, ſuperabit (communi MN ablatâ) & LM ipſam NP. Quare ſi GH ſuperat KX, & LM ſuperabit NP. Similiter demõſtrabimus, ſi GH æqualis ſit KX, & LM æqualem eſſe NP; & ſi minor, minorem. Et ſunt GH, LM ipſarum AE, CF æquè multiplices, ipſarum verò EB, FD aliæ vtcumque KX, NP. [f] Eſt ergo vt AE ad EB, ita CF ad FD. Si ergo compoſitæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.



e prop. 1. 5.

f def. 5. 5.

SCHOLION.

Demonſtratio definitionis 16.

H*Æc eſt demonſtratio geometrica veritatis per definitionem 16, ſignificatæ. Vide ibi apud nos oſtenſionem in numeris.*

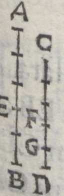
Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propos. XVIII. Theor. XVIII.

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, & compositæ proportionales erunt.

Sint diuisæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt AE ad EB, ita CF ad FD. Dico & compositas proportionales esse, vt AB ad BE, ita CD ad FD. Si non est vt AB ad BE, ita CD ad FD, sit vt AB ad BE, ita CD vel ad minorem FD, vel ad maiorem. Sit primo ad



minorem DG. Cùm ergo sit, vt AB ad BE, ita CD ad DG, erunt compositæ magnitudines proportionales; [a] sunt ergo & diuisæ, vt AE ad EB, ita CG ad GD; ponitur autem vt AE ad EB, ita CF ad FD: [b] erit ergo vt CG ad GD, ita CF ad FD. Est autem prima CG maior tertià CF; [c] erit ergo & secunda GD maior quartà FD; sed & minor est: quod fieri non potest. Non ergo est vt AB ad BE, ita CD ad minorem ipsà FD. Similiter demõstrabimus quod neque ad maiorem FD; ergo ad ipsam. Si ergo diuisæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 17.5.

b *prop.* 11.5.

c *prop.* 14.5.

SCHOLION.

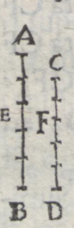
Demonstratio definit. 15.

HÆc est demonstratio geometrica veritatis significatæ per definitionem 15. Vide ibi ostensionam in numeris.

Propos. XIX. Theor. XIX.

Si fuerit vt tota ad totam, ita ablata ad ablatam, & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

SInt vt tota AB ad totam CD, ita ablata AE ad ablatam CF. Dico & reliquam EB ad reliquam FD esse vt est tota AB ad totam CD.



Cum enim sit vt tota AB ad totam CD ita AE ad CF, [a] erit permutando AB ad AE, vt CD ad CF, & [b] diuidendo BE ad EA, vt DF ad FC; rursusque permutãdo vt BE ad DF, ita EA ad FC. Vt verò AE ad CF, sic ponitur tota AB ad totam CD; [c] est ergo reliqua EB ad reliquam FD vt tota AB ad totam CD. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 5.

b prop. 17. 5.

c prop. 11. 5.

Scho-

SCHOLIA.

I

Demonstrario praxis apud nos ex hac 19.

Ex hac 19. demonstratur praxis §. 3. ad postulata.

II

Hic demõstrat vniuersaliter in omni genere proportionis etiam irrationali, quod in multiplici, & rationali demonstrauit in propos. 5. huius. Ibi reuise apud nos ostensionem in numeris.

COROLLARIVM.

ET quia demonstratum est, vt est AB ad CD, sic esse EB ad FD, erit d permutando vt AB ad EB, ita CD ad FD. Compositæ ergo magnitudines proportionales sunt. Ostensum est autẽ, vt est AB ad AE, ita esse CD ad CF, quod est per conuersionem rationis. Vnde perspicuũ est, si compositæ magnitudines proportionales sint, e & per conuersionem rationis proportionales esse. d prop. 16. 5. e def. 17 5.

Factæ autem sunt proportiones & in æque multiplicibus, & in analogijs. Nam si prima secundæ æque fuerit multiplex, atq; tertia quartę, erit vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

enim fuerit vt prima ad ſecundam, ita tertia ad quartam, non omnino erit prima ſecundæ, & tertia quart æque multiplex, vt in ſeſquialteris, vel ſeſquitertijs proportionibus, vel alijs huiuſmodi.

SCHOLIA.

I

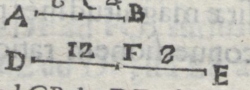
Demonſtratio definit. 17.

IN hocce Corollario indicatur demonſtratū ex prop. 19 *veritates ſignificata per definitionem* 17. *Reuiſe ibi oſtenſionem in num.*

II

Conuerſa ratio demonſtrata vniuerſaliter de toto genere quantitatis.

PRo vniuerſalitate autem demonſtrationis geometricæ (nam in uumeris apud nos eſt vniuerſalis) circa conuerſam rationem etiam in magnitudinibus diuerſorum generum (alij, vtendo argumentatione à permutãdo, probant tantum de magnitudinibus eiuſdem generis, iuxtà animaduerſa ad deſin: 13) *accipe à Clauio demonſtrationem, quæ valeat, etiam pro interpretis Lanzij eà, quam habet ille ab alijs interpretibus.*



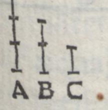
Sit enim vt AB ad CB, ita DE ad FE. Dico per conuerſionem rationis eſſe quoque vt AB ad AC, ita DE ad DF. Cum enim ſit vt AB ad CB, ita DE ad FE, erit quoq; diuidendo vt AC ad CB, ita DF ad FE. Igitur & conuertendo vt CB ad AC ita FE ad DF; ac propterea componendo quoq; vt AB ad AC, ita DE ad DF. Quod eſt propoſitum.

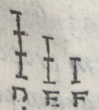
Pro-

Propos. XX. Theor. XX.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ illis numero æquales, quæ binæ & in eadem ratione sumantur, ex æquali autem prima quàm tertia maior fuerit, erit & quarta quàm sexta maior; & si æqualis, æqualis; si minor, minor.

SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur. Vt quidem A ad B, ita D ad E, vt verò B ad C, sic E ad F, ex æquali autē A maior sit quàm C. Dico & D quàm F maiorem esse; & si æqualis, æqualem; si minor minorem. Cùm enim A maior sit quàm C, alia vero quæcumq; B, [a] habebit A ad B maiorem proportionem, quàm C ad B. Sed vt A ad B, sic est D ad E; vt autem C ad B, ita est [b] conuertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem proportionem habet, quàm F ad E. [c] Ad eandem autem proportionem habentium, quæ maiorem habet, illa maior est: maior est ergo D, quàm F. Similiter demonstrabimus, si A sit æqualis C, & D æqualem esse F, & si minor,





a *prop.* 8.5.
b *prop.* 16.5.
c *prop.* 10.5.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

nor, minorem. Si ergo tres fuerint magnitudines, &c. Quod demonstrare oportuit.

SCHOLION.

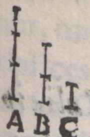
HÆc 20 propos. est quasi lemma ad 22 propos. vniuersaliorem, vt indicabimus ad cit. 22. Repone hic numeros à nobis vsurpatos ad defin. 18. Sint tres 18, 12, 6, & tres 12, 8, 4; vt 18 ad 12, sic 12 ad 8; vt 12 ad 6, sic 8 ad 4; & ex æquali, idest (iuxta interpretationē definitionis 18 de argumentatione ex æquali) sumendo extremos in prima serie 18, & 6, in secunda 12, 4, per subductionem mediorum 12, & 8; quoniam est primus 15 maior, quam tertius 6, erit & quartus 12 maior, quàm sextus 4.

Inuerte numeros sic 6, 12, 18; 4, 8, 12. Vt 6 minor est ipso 18, sic & 4 ipso 12. pariq; modo de æqualibus.

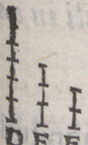
Propos. XXI. Theor. XXI.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, fuerit autem earum perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quam tertia; & quarta quam sexta maior erit, & si æqualis, æqualis; & si minor, minor.

SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur; sit autem perturbata



earum proportio vt A ad B, sic E ad F, & vt B ad C, sic D ad E; sitq; ex ęquali A quàm C maior. Dico & D maiorẽ esse ipsa F; & si æqualis, æqualem; si minor minorem. Cum ergo A maior sit quàm C, sitque alia quędam B, [a] habebit A ad B maiorem proportionem, quàm C ad B. Sed vt A ad B, ita est E ad F; & [b] conuerrendo, vt C ad B, ita E ad D: [c] quare E ad F maiorem proportionem ha bet, quàm E ad D. Ad quam autem èadem maiorem proportionẽ habet, illa minor est: minor est ergo F, quàm D; adeoq; maior D quàm F. Similiter ostendemus si A sit æqualis C, & D ipsi F æqualem esse; & si minor, minorem. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.



a prop.8. 5.

b prop.5. 5.

c prop.8. 5.

SCHOLION.

Est hæc 21 propos. quasi lemma ad 23 propos. vniuersaliorem, vt indicabimus ad cit. 23. Repone hic eosdem numeros à nobis vsurpatos ad defin. 20. Sint 12, 8, 4, & 12, 6, 4, & bini sumantur in proportione perturbata, id est, iuxta explicata ad definitionem 20, sint vt 12 ad 8, sic 6 ad 4, & vt 8 ad 4, sic 12 ad 6. quemadmodum ex æquali (iuxta prædicta in antec. propos. 20) est primus numerus 12 maior tertio 4, sic & erit quartus 12 maior sexto 4.

Inuerte numeros sic: 4, 8, 12; 4, 6, 12. Vt primus 4 est minor tertio 12, sic quartus 4 minor est sexto 12. Parique modo de æqualibus.

Propos. XXII. Theor. XXII.

Si fuerint quotcunq; magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.

Sint quotcumque magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quę binę & in eadem proportione sumantur, vt quidem A ad B, ita D ad E, vt verò B ad C, sic E ad F. Dico quod ex æquali in eadem sint proportione. Hoc est, dico vt est A ad C, ita esse D ad F. Sumantur enim ipsarum A, D æquè multiplices G, H; ipsarum B, E aliæ vtcumque K, L; item ipsarum C, F aliæ vtcumq; M, N. Et cum sit, vt A ad B, ita B ad E, acceptæq; sint ipsarum A, D æquè multiplices
a prop. 4. 5. G, H; ipsarum B, E aliæ vtcumq; æque multiplices K, L, a erit vt G ad K, ita H ad L. Eàdem de causa erit vt K ad M, ita L ad N. Cùm ergo tres magnitudines sint G, K, M, & aliæ ipsis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in eàdem
b prop. 20. 5. proportione sumuntur, b ex æquali si G superat

M, &

M, & H superabit N; si æqualis, æqualis; si minor, minor. Et sunt GH ipsarũ A, D æquè multiplices; M, N ipsarum C, F: c erit ergo vt A ad C, ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonstrare. *c def. 5.*

SCHOLIA.

I

IN hac 22 demonstrat vniuersalius id, quod demonstrauit quasi in lemmate in propos. 20. Scilicet non solum de ternis magnitudinibus, & de proportione æqualitatis, vel maioritatis, vel minoritatis extremorum, sed de quotcumq; magnitudinibus, & de eadem earum quacumq; proportione, ex æqualite, iuxta def. 18.

II

HIc demonstratur geometricè veritas significata per difinitionem 18. Reuise ad eam definitionem nostrã ostensionem in numeris. *Demonstratio definitionis 18.*

Propos. XXIII. Theor. XXIII.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæbinæ, & in eàdem proportione sumantur, fueritque earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.

SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis æquales numero binæ in eadem propor-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

tione sumptæ D,E, F; sit autem earum perturbata proportio vt A ad B, sic E ad F; vt verò B ad C, sic D ad E. Dico esse vt A ad C, ita D ad F. Sumantur ipsarum A,B, D æquè multiplices G, H, K; ipsarum C,E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipsarum A, B sunt æquè multiplices, [a] partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B, sic G ad H. Eàdem de causa erit vt E ad F; sic M ad N; cumq; sit vt A ad B, ita E ad F, [b] erit quoq; vt C ad H, ita M ad N. Rursus quia est vt B ad C, ita D ad E, sumptæq; sunt ipsarum B, D æquè multiplices H, K, ipsarum verò C, E aliæ vtcumq; L, M; [c] erit vt H ad L, ita K ad M. Ostensum est autem esse vt G ad H, ita M ad N. Cùm ergo tres magnitudines G, HL proportionales sint, & aliæ ipsis numero çquales K, M, N, binæ in eadem proportione sumptæ, sitque earum perturbata proportio; ex [d] æquali si G superat L, & K superabit N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor; suntq; G, K ipsarum A, D æque multiplices; L, N verò ipsarum C, F. [e] Est ergo, vt A ad C, ita D ad F. Si ergo sint tres, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 15. 5.
b prop. 11. 5.
c prop. 4. 5.
d prop. 21. 5.
e def. 5. 5.

Scho-

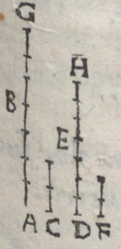
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

SCHOLION.

IN hac 23 demonstrat vniuersalius id, quod demonstrauit quasi in lemmate in propos. 21, scilicet ternarum magnitudinum in proportione perturbata extremas inter se habere non solum proportionem æqualitatis, vel maioritatis, vel minoritatis, sed esse in eàdem etiam quacumque proportione, ex vi illationis ab æqualitate.

Propos. XXIV. Theor. XXIV.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam habeat autem & quinta ad secūdam eandem, quam sexta ad quartam, habebit & composita ex prima, & quinta ad secundam eandem proportionem, quam tertia, & sexta ad quartam.



HAbeat prima AB ad secūdam C eandem proportionem, quam tertia DE ad quartam F; habeat verò & quinta BG ad secundam C eandem proportionem, quam sexta EH ad quartam F. Dico compositam ex prima, & quinta AG ad secun-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

cundam C eandẽ habere proportionem, quam habet composita ex tertia, & sexta DH ad quartam F. Cùm enim sit vt BG ad C, ita EH ad F, [a] erit conuertendo vt C ad BG, ita F ad EH. Et quia est vt AB ad C, ita DE ad F, vt verò C ad BG, ita F ad EH. [b] Ex æquali ergo est vt AB ad BG, ita DE ad EH. [c] Et cùm diuisæ magnitudines proportionales sint, erunt & compositę proportionales. Vt ergo AG ad GB, ita DH ad HE. Est verò vt GB ad C, ita EH ad F, [d] ex æquali ergo est vt AG ad C, ita DH ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demõstrare.

a Lemma propos. 4. 5.
b propos. 22. 5.
c propos. 18. 5.
d propos. 22. 5.

SCHOLION.

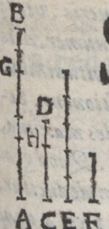
IN hac 24 demõstrat vniuersaliter in omni proportione id, quod demonstrauit in theor. 2. de proportione multiplici. Reuise, & applica hanc 24 propositionem in numeris, quos habes ad 2 propositionem ibi omnia patent, nec hic necesse est iterare.

Propos. XXV. Theor. XXV.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima, & minima duabus reliquis maiores erunt.

Sint

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3



Sint quatuor magnitudines proportionales AB, CD, E, F, vt quidem AB ad CD, ita E ad F. Sit maxima AB, minima F. Dico AB, & F, quàm CD, E maiores esse. [a] Ponatur ipsi E æqualis AG, ipsi F æqualis CH. Cùm (a prop. 3. 1.) ergo sit vt AB ad CD; ita E ad F; sit autem ipsi E æqualis AG, F verò CH, erit vt AB ad CD, ita AG ad CH. Et quia est vt tota AB ad totam CD, ita ablata AG ad ablatã CH, [b] erit (b propos. 19. 1.) & reliqua G B ad reliquam H D vt tota AB ad totam CD: maior est autem AB, quàm CD, maior ergo etiam est GB, quàm HD. Et cùm AG æqualis sit ipsi E, & CH ipsi F, erunt AG, & F æquales ipsis CH, & E. Et cùm, [c] quando ęqualia (c ax. 4.) inæqualibus adduntur, tota fiant inæqualia, ergo si (G B, HD inæqualibns existentibus, & maiori GB) addantur ipsi G B ipsæ A G, & F; ipsi verò HD ipsæ CH, & E, colligentur AB, & F maiores, quàm CD, & E. Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLIA.

I

Sit vt 6 ad 3, ita 4 ad 2; maximus 6, & minimus 2 inter se additi conflant summam 8, quæ maior est summa 7 conflatà ex reliquis 3, & 4. Vide inferius hic 3 schol.

II

II

REctè notat Clauius debere omnes esse eiusdem generis, verbi gratia quatuor lineas, quatuor plana, &c. quatuor numer. Alioquin non constaretur iusta summa ex duabus magnitudinibus diuersorum generum, quæ verificaret hanc 25 propositionem. Similiter si sint tres magnitudines continuè proportionales maxima, & minima erunt maiores dupla mediæ proportionalis. Quod geometricè habet Cōmandinus, & tamquam corollarium deducitur, ex hac 25; & patet in numeris 1, 2, 4. extremi enim 1, & 4 dant summam 5 quæ maior est quam 4 dupla medij 2.

III

IN dupla sint, vt 6, & 3, sic 4, 2. vel 1, 2, 4. Ex 16, & 17 propositionibus sexti didicisti in hu. Ærar. 2 Tomo, sub extremis 6, & 2; vel sub 1 & 4 rectangula esse æqualia rectangulis vel ex medijs 3, & 4, vel quadrato ex media 2. At differunt componere inter se extrema, & inter se media, à ductu extremi in extremum, & mediorum in se. &c.

COROLLARIVM

Ad propos. aliquas lib. 7. Elem. ex hactenus expositis in hoc lib. 5.

EX numerarijs expositionibus huius libri 5. apud nos habes intelligentiam propositionum 12, 13, 14, 22 libri septimi, & scholiorum ad eandem propos. 22 eiusdem lib. 7, vbi quæ hic geometricè etiam arithmeticè demonstrantur, sed hic à nobis facilius per vulgatarum notarum Logisticarū simplicem expositionem.

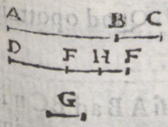
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Sequentes propositiones non sunt Euclidis, sed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

Propos. XXVI. Theor. XXVI.

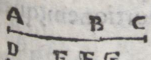
Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quàm tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

HAbeat AB ad BC maiorem proportionem, quàm DE ad EF. Dico CB ad BA minorem habere, quàm FE ad ED. Sit vt AB ad BC, ita DE ad aliam G: ergo DE ad G maiorē habet proportionem, quàm DE ad EF: *a* minor ergo erit G, quàm EF. Ponatur ipsi G æqualis EH. Quia igitur vt AB ad BC, ita est DE ad EH *b* erit, conuertendo, vt CB ad BA, ita HE ad ED. *c* Sed HE ad ED minorē habet proportionem, quàm FE ad ED, ergo & CB ad AB minorem habet proportionem, quàm FE ad ED. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 8. 5.
b Lemma propos. 4. 5.
c propos. 8. 5.

Quod si AB ad BC minorem habuerit proportionem, quam DE ad EF; habebit conuertendo CB ad BA maiorem, quàm FE ad ED. Sit vt AB ad BC, ita DE ad aliam EG, *d* quæ maior erit, quàm EF: *e* conuertendo ergo erit vt CB ad BA, ita GE ad ED. *f* At GE ad ED maiorem habet proportionem, quàm FE ad ED, ergo CB ad AB maiorem habebit, quàm FE ad ED.



d propos. 8. 5.
e Lemma propos. 4. 5.
f propos. 8. 5.

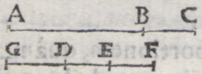
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

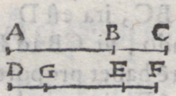
Propos. XXVII. Theor. XXVII.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quàm tertia ad quartam, habebit, permutando, prima ad tertiam maiorem, quàm secunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quàm DE ad EF. Dico AB ad DE maiorẽ habere, quàm BC ad EF. Vt enim AB ad BC, ita sit alia GE ad EF, quę maior erit, quàm DE. *b* Est ergo, permutando, vt AB ad GE, ita BC ad EF. *c* Habet autem AB ad DE maiorem proportionem, quàm AB ad GE, hoc est, quàm B C ad EF; ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quàm BC ad EF. Quod opottuit demonstrare.

a propos. 8. 5.
b propos. 16. 5.
c propos. 8. 5.





Eàdem ratione, si A B ad BC minorem habeat proportionem, quàm DE ad EF, sequetur, permutando, AB ad DE minorem habere, quàm BC ad EF. Sit enim vt AB ad BC, ita alia GE ad EF, *d* quæ minor erit, quàm DE. *e* Sed AB ad DE minorem habet proportionem, quàm AB ad GE, hoc est, quàm BC ad EF. Habebit igitur AB DE ad minorẽ proportionem, quàm BC ad EF.

d propos. 8. 5.
e propos. 8. 5.

Propos. XXVIII. Theor. XXVIII.

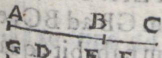
Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quàm tertia ad quartam, etiam

com-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

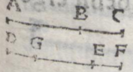
componendo, prima, & secunda ad secundam maiorem proportionẽ habebunt, quàm tertia, & quarta ad quartam.

HAbeat AB ad BC maiorem proportionem quàm DE ad EF. Dico & AC ad CB maiorem habere, quàm DF ad FE. Sit vt AB ad BC, ita alia GE ad EF; a erit GE maior, quam DE. Quia igitur est, vt AB ad BC; ita GE ad EF; b erit, componendo, vt AC ad CB, ita GF ad FE; c Sed GF ad FE maiorem proportionem habet, quàm DF ad FE; ergo & AC ad CB maiorem habet proportionem, quàm DF ad FE. Quod oportuit demonstrare.



a propos. 8. 5.
b propos. 18. 5.
c propos. 8. 5.

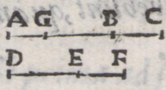
Quod si AB ad BC minorem proportionem habeat, quàm DE ad EF, d habebit etiam componendo, AC ad CB minorem, quàm DF ad EF. Quia enim AB ad BC minorem proportionem habet, quàm DE ad EF; sit vt AB ad BC, ita alia GE ad EF, e erit ea minor, quàm DE. Ergo vt AC ad CB, ita erit GF ad FE; sed GF ad FE minorẽ habet proportionem, quàm DF ad FE; ergo & AC ad CB minorem habebit, quàm DF ad FE.



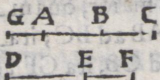
d propos. 18. 5.
e propos. 8. 5.

Propos. XXIX. Theor. XXIX.

Si prima, & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quam tertia, & quarta ad quartam; habebit &, diuidendo, prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.



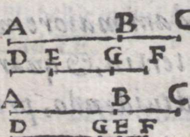
HAbeat AC ad CB maiorem proportionem, quàm DF ad FE. Dico & AB ad BC maiorem habere, quàm DE ad EF. Vt enim DF ad
a propof. 8. 5. FE, ita sit alia GC ad CB; *a* eritque GC minor, quàm AC &, diuidendo, erit GB ad BC, vt DE ad EF. *b* Sed AB ad
b propof. 8. 5. BC maiorem proportionem habet, quàm GB ad BC; ergo & AB ad BC maiorem habebit, quàm DE ad EF. Si vero AC ad CB minorem habeat proportionem, quàm DF ad FE, habebit &, diuidendo, AB ad BC minorem, quàm DE ad EF. Si enim sit vt DF ad FE, ita alia G-



c propof. 8. 5. C ad CB, *c* erit GC, quàm AC, maior, *d* eritque, diuidendo, GB ad BC, vt DE ad EF. Habet autem AB ad BC mi-
d propof. 17. 5. norem proportionem, quàm GB ad BC; habebit ergo & AB ad BC minorem, quàm DE ad EF.

Propof. XXX. Theor. XXX.

Si prima, & secunda ad secundam maiorem proportionem habeat, quàm tertia, & quarta ad quartam; per conuersionem rationis prima, & secunda ad primam minorem habebit, quàm tertia, & quarta ad tertiam.



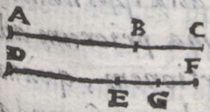
HAbeat AC ad BC maiorem proportionem, quàm DF ad FE. Dico CA ad AB minorem habere, quàm FD ad DE. Sit enim vt AC ad CB, sic
a propof. 8. 5. DF ad aliã FG, *a* quæ minor erit, quàm
b coroll. 19. 5. FE. *b* Quare, per conuersionem rationis, vt CA ad AB, ita erit FD ad DG. *c* Sed FD ad DG minorem proportionem
c propof. 8. 5. habet, quàm FD ad DE; ergo & CA ad AB minorem habebit, quàm FD ad DE. Quod si AC ad CB minorem pro-

por-

portionem habeat, quàm DF ad FE, habebit per conuersionem rationis, CA ad AB maiorem, quàm FD ad DE; erit enim vt AC ad CB, ita DF ad maiorem, quàm FE. Reliqua manifesta sunt.

Propos. XXXI. Theor. XXXI.

Si prima ad tertiam maiorem proportionẽ habeat, quàm secunda ad quartam, habebit etiam prima ad tertiam, maiorem, quàm prima, & secunda ad tertiam, & quartam.



Habeat AB ad DE maiorem proportionem, quàm BC ad EF. Dico & AB ad DE maiorem habere, quam AC ad DF. Sit enim vt AB ad DE, ita BC ad aliam EG, *a* quæ minor erit, quàm EF. *b* Ergo tota AC ad totam DG est vt AB ad DE. *c* Sed AC ad DG maiorem proportionẽ habet, quàm ad DF; ergo AB ad DE maiorem habebit, quàm AC ad DF. Et manifestum est totam AC ad totam DF minorem habere, quàm AB ad DE; & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

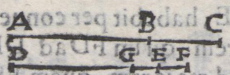
a propos. 8. 5.
b propos. 12. 5.
c propos. 8. 5.

Propos. XXXII. Theor. XXXII.

Si tota ad totam maiorem habuerit proportionem, quàm ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem, quàm tota ad totam.

Habeat AC ad DF maiorem proportionem, quàm

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

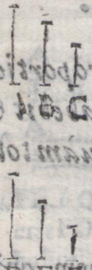


AB ad DE. Dico & reliquã BC ad reliquam EF maiorem habere, quàm AC ad DF. Sit enim vt AC ad DF, ita AB ad DG; ergo & reliqua BC ad reliquam GF est, vt AC ad DE. Sed *b* BC ad EF maiorem proportionem habet, quàm ad FG; ergò & BC ad EF maiorem habebit, quàm AC ad DF. Si vero AC ad DF minorem proportionem habeat, quàm AB ad DE, & reliqua BC ad reliquam EF minorem habebit, quàm AC ad DE; quod eodem, quo supra, modo ostendetur.

a propos. 19. 5.
b propos. 8. 5.

Propos. XXXIII. Theor. XXXII.

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeatque prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quàm prima posteriorum ad secundam, secunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat, quàm secunda posteriorum ad tertiam: etiam, ex æquali, prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quàm prima posteriorum ad tertiam.



HAbeat A ad B maiorem proportionem, quàm D ad E, & B ad C maiorẽ, quàm E ad F. Dico, ex æquali A ad C maiorem habere, quàm D ad F. Cùm enim A ad B maiorem proportionem habeat, quàm D ad E, *a* habebit, permutando, A ad D maiorem, quàm B ad E. Et eàdem ratione B ad E maiorem, quàm C ad F. Ergo A ad D maiorem habet, quàm C ad F; &, permutando, A ad C maiorem

a propos. 27. 5.

rem habebit, quam D ad F. Quod oportebat demonstrare.

Quod si prima priorum ad secundam minorem habeat proportionem, quàm prima posteriorum ad secundam, secunda verò priorum ad tertiam minorem habeat, quàm secunda posteriorum ad tertiam; similiter demonstrabitur etiam, ex æquali, primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quàm primã posteriorũ ad tertiam.

§ III.

SCHOLIA.

Antecedentes propos. elementares à 26 ad 33 in hoc lib. 5 à neotericis additæ. Quæ supponunt coroll. apud nos in lib. 6 elem. Vsus, & exempla anticipationis etiam in Theorematibus. Nostra methodus confirmata.

1 *Additæ reliquæ proposit. à 25 Eucl. ad fin. huius lib. 5 vtuntur principio, quod supponunt ante librum 6, & à Clauio tamquam per se notum ponitur in fine definitionum huius libri 5. est autem huiusmodi.* Quam proportionem habet magnitudo aliqua ad aliam, eandem habebit quæuis magnitudo proposita ad aliquam aliam; & eandem habebit quæpiam alia magnitudo ad quamuis magnitudinem propositam. *Quæ propositio an rectè supponatur per se nota non est meum hic censere.*

2 *Affirmo tantum à magnis illis Geometris, qui propositiones illas pertinẽtes ad hunc lib. 5, ac perutiles addiderunt, rectè suppositum id principium tamquam corollarium ex 12 propos. lib 6. Nihil enim aliud est id principiũ, seu propositio, quàm,* datis tribus magnitudinibus, quartam proportionalẽ posse dari.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Etiam in theorematibus vsus est anticipationis aliquãdo.

Exempla.

Quod deinde, loco lemmatis, possit videri in lib. 6 postquam in eo ventum fuerit ex ordine ad 12 propositionem. Est enim vsitatum aliquãdo apud Philosophos Geometras non solum passim in praxibus, (vt ostendimus in 1 Tom. ad propositiones 11, & 23, §. 4, & 2) sed etiã aliquãdo in theorematibus vti aliqua anticipatione. Sic Proclus ad propos. 24. lib. 1, vtitur suppositis 27, 32, 37 posterioribus propositionibus. Sic Clauius ad l. 3 in disput. contra Peletarium vtitur anticipatione aliquorum, quæ requirunt cognitionem, & expositionem saltẽ definitionis 4 li. 5 de ijs, quæ in Geom. philosophia habent, vel non habent inter se proportionem. Idem etiam ad definitiones 5, & 7 libri huius 5 dum circa æquemultiplicia demonstrat aliqua, vtitur aliquibus propositionibus libri sexti, quæ requirunt demonstrationes propositionum aliquarum ex hoc lib. 5, post eas definitiones, quas demonstrat. Sic etiam Cõmandinus, & si qui alij addiderunt has propositiones propositioninibus Euclidis, supponunt propos. 12 lib. 6 paulo post videndam tamquam lemma postpositum; nec interim censuerunt priuandum hunc librum quintum perutili auctario ad eum spectante.

Iis exẽplis & nos, sed tamẽ cũ demonstrationibus numerarijs in prõptu.

3 Quemadmodum & nos non censuimus priuandos Tyrones præmatura, ac iucunda cognitione rerum ex lib. 6 deductarum, vt libentius scientias Mathematicas prosequerentur. Præsertim cùm, si quid nos semel, ac iterum aliquando supponamus ex hoc lib. 5, id statim pateat in numeris à nobis appositis pro definitionum, & propositionum expositionibus; ea verò quæ prædicti Auctores supponunt è lib. 6, supponunt alias, atq; alias anteriores propositiones eiusdem lib. sexti.

Commoda nostræ methodi.

4 Interim nostra methodus hic etiam id habet commodi, vt cùm iam in 1, & 2 parte Tomi secũdi præcesserit apud nos libri sexti, atque in eo propositionis 12 cognitio, nihil supponatur, & ritè, ac planè demonstratiuè sciri possint etiam propositiones de proportionibus hic additæ lib. 5 Elementario.

Sine supposit. patet in num. pp. antec.

Quarum quidem additarũ propositionum veritates experiri licebit tibi, mi Tyro, in numeris iuxta exempla, quæ habes à nobis in antecedẽtibus. Eritq; etiã hoc à numeris commodi, vt per eos ostensæ veritates additarum propositionũ non egeant suppositione illius principij, seu corollarij ex 12 propos. lib. 6. per numeros enim sine eo supposito statim patebunt.

Elem.

ELEMENTVM

QVARTVM ex nostra, TERTIVM ex veteri METHODO.

Quinti Tomi materiam, & campos patentissimos geometricos, qui ex hoc 3. elemento aperiuntur vide indicatos in fine nostrorum horum Scholiorum ad hunc 3 librum. *Quinti Tomi materia.*

DEFINITIONES.

I. ÆQuales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales; vel quorum quæ ex centris sunt æquales.

II. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipsum non secat. *In figura propos. 16 linea AE tangit circulum ABC. In 18, & 19 DE tangit circulum ABC.*

III. Circuli se tangere dicuntur, qui seipsos cõtingentes, se ipsos non secant. *Circuli se contingunt aut interius, vt Propos. 6 circuli ABC, DEC; aut exterius, vt Propos. 12 circuli BAC, DAE.*

IV. In circulo æqualiter à centro distare dicuntur rectę lineæ, cũ à centro ad ipsas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt Propos. 14. lineæ AB,*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

CD à centro E æqualiter distant quod EF, EG sint æquales.

V. Magis distare dicitur, in quam maior perpẽdicularis cadit.

SCHOLION.

IN definitionibus 4, & 5 rectè sumuntur distantiæ à perpendiculari, quia ea sola certa mensura est. Reuise § 4 *ad proposit. 19 in primo Tomo.*

DEFINITIONES.

VI. Portio circuli est figura, quæ rectà lineà, & circuli circumferentià continetur. *Vt in prima propos. sunt portiones ACB, AEB.*

VII. Portionis angulus est, qui rectà lineà, & circuli circumferentià continetur. *Vt in prima propos. sunt anguli CAB, EAB, rectà AB, & peripherijs CA, EA contẽti.*

VIII. In portione angulus est, cum in circumferẽtia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipso ad terminos rectæ lineæ, quæ est basis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 26 propos. angulus EDF est in portione EDF.*

IX. Quando verò lineæ angulum continentes, assumunt peripheriam, in illa insistere angulus dicitur. *Vt in propos. 27 angulus EDF insistit peripheriæ EF.*

X. Sector circuli est, quando angulus ad centrum circuli constiterit, figura contenta rectis lineis angulum comprehendentibus, & peripherià ab ipsis assumptà. *Vt in propos. 27 sector dicitur figura EHF.*

XI Si-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

XI. Similes circuli portiones sunt, quæ captu in æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistunt.

§I.

SCHOLION I.

Expositiones, & rationes 11 definitionis.

1 *IN definitione 11 innuitur quæ nam appellentur, & significentur similes circulorum portiones, atq; etiam, vt notat Clauius, qui nam sint similes circumferentiarum arcus. Fiet verò ex definitione propositio, si deinde demonstrentur portiones circulorum, vel circumferentiarum, quæ capiunt æquales angulos, &c. esse inter se similes, idest habere eandem proportionem singulos ad suos circulos, vel peripherias.*

2 Huic 11 definitioni lucem aliquam affert definitio 1 initio 2 Tom. Quemadmodũ enim similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos habent angulos æquales, & latera circa æquales angulos proportionalia, idest in quibus æquiangulis vt vnius figuræ latus se habet ad alterum, & ad reliqua latera eiusdem figuræ, sic & alterius figuræ vnum latus, circa angulum æqualem angulo alterius figuræ, se habet ad alterum, & ad reliqua latera eiusdem figuræ. Pari ratione in similibus segmentis, vel circumferentiarum portionibus capientibus angulos æquales, vt in vno circulo, vel circumferentia se habet segmentum circuli, siue arcus circumferentiæ ad totum circulum, siue ad totam circumferentiam, sic, & in altero circulo segmentum, vel arcus, in quo æqualis est angulus angulo alterius, habent eandem proportionem ad reliquum circuli, vel circumferentiæ. Ver. gra. vt alterius circuli, vel circumferentiæ segmentum, in quo est angulus, tertia pars est circuli, vel circumferentiæ, sic in altero circulo segmentum, vel circumferentia, in quibus est æqualis angulus, est tertia pars sui circuli, vel circumferentiæ.

Similitudo 1 definit. lib. 6. cũ hac 11.

In quo sit similitudo segmentorum.

Cur similitudo segmentorum secum trahit æqualitatem angulorum in segmentis.

3 *Hæc autem similitudo secum trahit æqualitatem angulorum, qui similibus circulis insistunt. Nam si duorum inæqualium circulorum arcus similes sint, idest, in exemplo, ita sit arcus maioris circuli pars tertia peripheriæ, sicut arcus minoris circuli est tertia pars peripheriæ, etiam angulus ad centrum insistens tertiæ parti maioris peripheriæ, tertia erit pars quatuor rectorum, qui constitui possunt ad centrum maioris circuli, sicut & angulus ad centrum insistens tertiæ parti minoris peripheriæ tertia erit pars quatuor rectorum, qui constitui possunt ad centrum minoris circuli; ergo angulus vterq; ad centrum maioris, & minoris circuli sunt tertia pars quatuor rectorum, ac proinde sunt inter se æquales. Consonat hæc doctrina cum corollar. 2 ex propos. 33 libri 6 translatâ à nobis post propos. 27 lib. hui. 3, propter rationes ibi allatas. Corollarium est:* vt angulus in centro ad 4 rectos, sic arcus subtensus ad totam circumferentiam.

Aequalitatem angulorũ ad centrũ consequitur æqualitas angulorum in segmẽtis.

4 *Aequalitatem verò angulorum ad centra insistentium similibus arcubus consequitur etiam æqualitas angulorum in segmẽtis. Atq; hæc omnia etiam demonstrantur in propos. 26 27, hu. li. 3.*

Prudenter definitio 11 est desũpta ab āgulorũ æqualitate.

Prudẽs verò Geometra in hac 11 definitione cum videret, præsertim Tyronibus, non admodum facile, atq; in promptu esse arcuum similitudinem agnoscere, signum atq; indicium obtulit ab angulorum æqualitate in segmentis, & arcubus similibus. Facile autem est ex 23, & 25 propos. lib. 1, & ex nostris praxibus ad eas propositiones, inuestigare an angulus angulo sit æqualis. Compertis autem inæqualibus angulis in segmentis, pronuntiãdum est ea non esse similia, sicut ex æqualibus angulis indicantur similia.

Aliter definire similia segmenta.

Ex quibus etiam posset à nobis hæc definitio, aliter, ac fortasse facilius ad intelligentiam, sic proponi: Similia segmenta, & similes arcus sunt, quibus insistunt anguli æquales ad centrum. *Sic enim, datis segmentis, & arcubus, & inuentis centris eorum, per 25 proposit. huius libri tertij, si anguli ad eorum centra æquales inueniantur, pronuntiandum erit ea segmenta, & eos arcus esse similes.*

Atq; hæc ad expositionem, & rationem 11 definitionis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§ II.

SCHOLION II.

Demonſtratio veritatis aſſertę in definitione I I de angulis æqualibus in ſegmentis, & arcubus ſimilibus.

QVod verò attinet ad probationem aſſertionis in hac definitione, quòd ſcilicet in ſimilibus ſegmentis, vel arcubus anguli ſint æquales, facillima, & breuiſsima demonſtratione à nobis expedietur, fauente nobis noſtrà methodo, in qua præceſſere ad 4, & 9 propoſ. lib. 6. aliqua, quæ vim afferent noſtro huic negotio geometrico non ſolum de ſegmentis, ſed in primis de arcubus ſimilibus, ad vſus varios.

Reponatur hìc figura ex §. 6 *ad* 2. *propoſ. lib.* 6, *in qua ſint ſegmenta ſimilia tam ED, & ΓG (ſub angulo ad centrum minore duobus rectis, ſiue citimò, & intimo ΓAG) quàm DBE, GCΓ (ſub angulo maiore duobus rectis, ſiue extimo, iuxta paradoxum explicatum à nobis in* § 2. *ad defin. de angulo, in parte prima Tomi* 1 *huius Aerarij). Vtere imaginatione, atq; animo cõcipe (nè figuras ſine neceſsitate multiplicemus) ab extremis E, D, & ab Γ, G ductas in angulum duas rectas ad punctum aliquod arcuum inter ED, ΓG, vel ad inter GCΓ, DBE, dico in ijs ſegmentis, & arcubus angulos eſſe æquales. Quod ſint æquales in arcubus ED, ΓG patet per demonſtrationẽ in* § 10 *ad prop.* 9 *lib.* 6. *Ad eius .n. demonſtrationis formam, & figuram, ſi conſtructio, & applicatio fiat in appoſita hìc figurà, concludetur*

& hic

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

& hìc æqualitas angulorum in similibus ED ΓG. Quod verò in similibus DBE, GCΓ sint æquales, patet è scholijs nostris post § 37 ad 4 propos. lib. 6, vbi sine anticipatione ostendimus angulos ad peripherias esse æquales, quia sunt dimidij anguli ad centrum &c. inde huc applica figuræ appositæ.

In similibus ergo segmentis anguli sunt æquales, ac verè definitio hæc 11 id asserit.

SCHOLION.

Vide & confirmatoria definit. 11 in § 8 ad 31 huius, inferius.

§ III.

Corollaria, & vsus varij definit. 11 indicati.

Præcipua Astronomica operationes nituntur hac 11 defin.

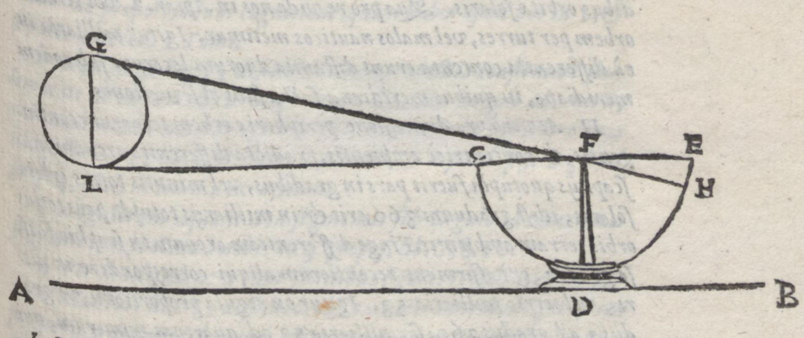
Corollaria, quæ hinc deduci possunt magni momenti pro rebus præsertim astronomicis vide inferius apud nos ad propos. 27 hu. lib. 3. Hìc interim ex ijs, quæ docuimus in expositione huius 11 defin. ante demonstrationem, habes similibus arcubus æquales angulos insistere, qualis hìc vnus, ac idem est ΓAG insistens similibus ΓG, ED. Qua cognita veritate nituntur penè omnes, saltem præcipuæ operationes Astronomicæ, atq; etiam pleræq; geometricæ. Dimensiones enim arcuum, atq; altitudinum cælestium circa Planetas, & stellas, atque etiam peripheriæ circuli concentrici centro terreni orbis, niti videntur hac definitione 11, dum Astronomici, & Gnomonici operatores fingunt se esse in centro terræ cum suis quadrantibus, Astrolabijs, ac similibus alijs Dioptricis instrumentis, & ab eiusdem anguli lateribus, ex centro Mundi ad ambitum Terræ, vel Cælorum productis, secari similes arcus peripheriarum minorum, ac maiorum.

§ IV.

PROBLEMA,

Et vsus Cosmographicus definit. 11 in dimensione terreni ambitus.

LVbet hìc condimenti loco vsum Cosmographicum hu. definit. 11 apponere in exemplo dimetiendi distantiam inter duo loca, quæ sub eodem meridiano inter se distent, ac prætereà dimetiendi totius globi terreni ambitum per scaphia quidem, sed aliter, quàm ab Eratosthene olim, cuius ingeniosissimam operationem habes in 1 Tomo huius Aerarij ad propos. 29. § 1. Nos, vt ibi Eratosthenes, non egemus demonstrationibus, & angustijs vel Solis in solstitio, vel Vrbis sub Tropico, sed solà horà meridianà cuiuslibet diei, atq; in locis sub quorumcumq; parallelorum, modò sub eodem meridiano.



1 Reponatur hìc fig. scaphij ex § 28 ad 4 prop. in 1 par. 2 Tomi Aerar. ac sit pro scaphio circulus in eo maximus, seu meridianus designatus, & in gradus de more diuisus CDE, & in cuiuscūq; libuerit nitidæ diei eo momẽto, in quo vmbræ à gnomone proiectæ extrema cu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

spis attingit lineā meridianā) ritè descriptam cum cautionibus à nobis traditis in Apiar. 8) collocatum sit scaphium sub Solis radijs, ita vt notari possit quantitas arcus, velut EH secti ab vmbrosa linea è vertice F proiectà. Eiusdem diei eodem meridiano momento in altera Vrbe sita sub eodem meridiano notarit alius arcum in altero scaphio sectum ab vmbra. Tum accepta per missas literas cognitione vtriusq; notati arcus in scaphijs, & minore subducto à maiore, notetur differentia. Scilicet ea quot minuta, vel gradus continuerit, dabit terrestria milliaria correspondentia minutis, vel gradibus orbitæ solaris. Qua pro re vide nos in Apiar. 2, vbi terrarū orbem per turres, vel malos nauticos metimur. Igitur milliaria in eà differentia contenta erunt distantia duorum locorum sub eodem meridiano, in quibus meridianæ factæ sunt obseruationes.

II At verò pro dimensione peripheriæ orbem terrarum contingentis, & concentricè ambientis, prædicta differentia arcuum in scaphijs quotupla fuerit pars in gradibus, vel minutis totius orbitæ solaris, idest graduum 360, erit & in milliarijs totupla pars totius orbis terram ambientis. Finge differentiam arcuum in scaphio fuisse grad. 1, cui affirmant recentiorum aliqui correspondere in mari, vel terris milliaria 53. Igitur ex regula proportionū, vt gradus 1 ad gradus 360; sic milliaria 53 ad quartum numerum, qui erit 19080, ambitus peripheriæ terrestris hìc pro exemplo, non pro veritate quæsitus. Modum enim hìc tantùm docemus, qui euidentiam rectæ operationis, ac demonstrationis habet ab hac 11 definit. Fingitur enim sine vllà sensibili differentia (vide rationem, & de-

mon-

monstrationem in initio Apiarij 9) esse scaphium CDE infra centrū terræ, & F locatum in ipso terræ centro, & intelliguntur FE, FH in directum extra scaphium protractæ vsq; ad sectiones peripheriæ terrestris. Angulus ergo ad F sub productis FE, FH est ad commune centrum & peripheriæ in scaphio, & peripheriæ terrestris extra scaphium; ergo ex hac 11 definitione arcus EH, (quem finge esse differentiam inuentam in scaphio. &c.) & arcus correspondens in terræ ambitu sub productis FE, FH (qui diametraliter opponitur, & æqualis est arcui distantiæ inter duo loca sub eodem meridiano) sunt similes; idest vt EH ad totum suum ambitum (qui fingitur pro Solis orbita, cui est cōcentricus) sic arcus peripheriæ terrestris ad totam terræ peripheriam: ex qua similitudine in antecedenti exemplo calculum protulimus.

§ V.
SCHOLION.
Methodi nostræ opportunitas, & necessitas.

EX antecedentibus vides opportunitatem, & necessitatem nostræ methodi. Nam 1 non potest explicari hæc definitio sine proportionum cognitione, quam habes apud nos in 1, & 2 parte anteced. 2 Tomi.

2 Non potest hæc 11 defin. facta iam propositio confirmari sine lemmate de angulo ad circumferētiam dimidio anguli ad centrū, pro quo lemmate nos non egemus propositione vlla posteriore in lib. 3, sed ex 32 lib. 1, & ex §. 6 ad eam, & è schol. post § 37 ad prop. 4, lib. 6 id lemma excussimus.

3 Angulorum æqualitas in segmentis sub angulo ad centrum supponit iam probata à nobis ad 9 propos. lib. 6, §. 10.

4 Per similitudinem cum similibus figuris rectilineis non poterat illustrari hæc 11 definitio, nisi ex nostra methodo, per quam præcessit 1 definitio (ante 6 elementum ex veteri methodo) in prima parte 2 Tomi.

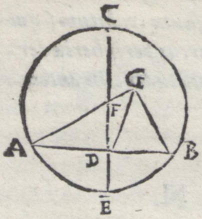
5 Problema de scaphio hìc præmissum, sine cognitione proportionum, & regulæ aureæ non licuit soluere. De quibus nos iam in 1, & 2 parte 2 Tomi. &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propos. I. Probl. I.

Dati circuli centrum inuenire.

ESto datus circulus ABC, cuius centrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta



a prop. 10. 1. linea AB vtcũque, [a] bisecetur-
b prop. 11. 1. que in D; atq; per D ipsi AB ad [b] angulos rectos erigatur DC,
c post. 2. [c] quæ producatur in E, & [d] bi-
d prop. 10. 1. secetur CE in F. Dico F centrũ esse circuli ABC. Si non; sit, si fieri potest, G, ducanturq; GA, GD, GB, & cum
e propos. 8. 1. AD, DB æquales sint, communis DG, [e] erunt duæ AD, DG duabus GD, DB æquales, altera
f propos. 8. 1. alteri; [f] & basis GA æqualis basi GB; sunt enim ex centro G: ergo & anguli ADG, GDB æquales erunt. Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, rectus erit vterq; angulorum: rectus ergo est GDB; sed & FDB rectus est; est ergo angulus FDB æqualis angulo GDB, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum est. Similiter ostendemus quod præter F nullum aliud. F ergo centrum est. Quod inuenire oportuit.

Corol-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

COROLLARIVM.

Ex his manifestum est, si in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos secet, in secante centrum circuli esse.

SCHOLION I.

Hoc Eucl. Problema est Porisma.

Hoc primum problema huius libri tertij elementaris est proprie porisma. Reuise in tom. 1. § 1 ad corollarium ex 15 proposit. & hic inferius in schol. 2. ad hanc.

§ I.

PROBLEMA.

Duorum circulorum se mutuo secantium centra inuenire.

Eadem operâ, & operatione cum Euclide duorum circulorũ se mutuo secantium centra in vna, eademque linea existentia inuenientur. Finge in figura Euclidis circulum ABC ab altero circulo secari per puncta AB. Vna, eademq; CE bifarians ad rectos rectam AB iungentem puncta mutuarum sectionum A, B, & producta extra partes E in alterum imaginatum circulum, continebit in se alterum etiam centrum, & in bifariatione diametri inuenietur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

COROLLARIVM I.

ADde corollario Euclidis & hoc nostrum alterum. Centrum circuli est in recta, quæ breuissima est omnium, quæ duci possunt à puncto bifariationis D. Ratio est à demonstratione, quam habes in § 3 ad proposit. 19. in to. 1. Hinc —

§ II.

COROLLARIVM II.

Natura in grauium motibus vtitur hac 1 prop. Aristoteles elucidatus.

PAtet etiam naturam vti modo Euclidiano in motionibus grauium, & leuium deorsum, ac sursum, quæ vel recedunt à centro, vel quærunt centrum mundi per eam lineam, in qua verè est (quæque linea directionis à centro, vel ad centrum appellatur) hoc est per breuissimam (per quam semper non impedita natura operatur) ac facientem angulos rectos cum tangente circularem superfitiem terræ. Ex qua hic doctrina intelligas textũ 33 libri 3 de cælo apud Aristotelem.

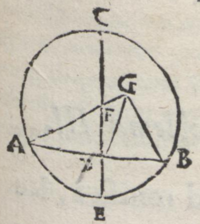
§ III.

PROBLEMA I.

Centrum in vacuo putei ore inuenire.

EAdem operà, & modo, quo didicisti circuli centrum inuenire, didicisti & peripheriæ centrum, si lineam circularem sine

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3



ne plano accipias. Vnde paradoxum, & praxis deducitur inueniẽdi centri peripheriæ circularis etiam in vacuo, ver. gr. in ore circulari alicuius putei, cui operiendo sit opus verb. gr. planum ligneum circulare aptum construere. Puta in figura Euclidis putei os esse peripheriam ABC: sumptis duabus hastis, alteràq; applicatà vbi AB, & alterà ad bifuriationem rectangulam constitutà ope normæ in D, dimidium punctum inter partes C, E secantis os putei dat centrum, à quo semidiameter habetur designãdi plani circularis pro apto putei operculo. Alterum modum inueniendi centrum in vacuo putealis oris vide inferius ad proposit. 8 huius.

§IV.

PROBLEMA II.

Alijs modis inuenire circuli centrum.

A*Liter etiam dati circuli centrum inuenies, si præterit AB (in figura Euclidis) alteram etiam rectam applices in eodem circulo ABC, ab alterutro terminorum A, vel B, eamq; secundam applicatam similiter bifaries ad rectos, vt factum est in AB; recta enim secundum applicatam sic bifarians secabit rectam CE in puncto, vbi est centrum circuli. Vide exemplum, & vsum in figura prima Euclidis in proposit. 5 lib. 4 element. Ratio huius operationis, ac praxis educitur ab hac 1 propositione. Nam ex hac centrum circuli est in vtraque bifariante applicatam; vnicum autem est eiusdem circuli centrum, ergo necesse est esse in vno, eodemq; puncto mutuæ sectionis. &c. Vide & aliter centrum inuenire in schol. ad 18. Vide & ad 25 hu. Hinc*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§ V.

COROLLARIVM, & problema III.

Centrum grauitatis inuenire, ad mirifica, &c.

VSum, praxim, modum organicum habes inueniendi etiam centrũ grauitatis in figuris, vel in grauibus planis, aut etiam in lineis circulariter curuis. Suspẽditur enim ex aliqua extrema parte planum datæ figuræ ita, vt liberè dependeat, deinde perpendiculum demittitur è puncto suspensionis, & signatur linea vbi chorda, seu filium radit planam superfitiẽ. Rursus ex alia parte extrema suspenditur planum, & e puncto suspensionis demissum perpendiculi filum vbi secat priorem lineam in plano signatam, ibi est centrum grauitatis in eius figuræ plano. In figura Euclidis finge planum circulare suspensum fuisse primo ex A, & inde à filo perpendiculi signatam fuisse AG; secundo suspẽsum etiam esse è C, vnde perpendiculi filum CF secat AG, in puncto F, ibi est centrum grauitatis. Quod aliquando propter dissimilaritatem, & inæqualitatem partium in planis physicis, est in loco diuerso à centro figuræ. Aliud enim est esse punctum, à quo æquiponderant omnes partes (quod est esse centrum grauitatis) aliud esse, à quo æquidistant omnes extremæ partes figuræ, quod est esse centrum figuræ, siue terminorum figurantium, &c. Demonstratio modi prædicti inueniendi centrum grauitatis est ex modo geometrico inueniendi centrum circuli, quem docuimus in anteced. §§ 2. & 4. Cum enim grauia cẽtro grauitatis per breuissimam ferantur ad centrum terræ, ergo si centrum est in (in figura Eucl.) CE, & in AG signatis à linea directionis, ne dicamus centrum grauitatis in graui ABC esse non vnum, sed duplex, & in duobus diuersis punctis duarum linearum (contra lemma quod est inferius ad 33 hu.) necesse est esse in communi puncto F se secantium CE, AG. &c. Cuius inuenti centri admirabiles, ac plurimi sunt vsus, præcipuè in machinaria philosophia, plurimaq; ab eo deducuntur admirandæ

Quo differant inter se centrum grauitatis, & figuræ.

Ratio praxis in inuẽtione cẽtri grauitatis.

para-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

paradoxa. Quorum aliqua vide apud nos in Apiar. 4, prog. 1. In figuris vero centri grauitatis vsus amplissimus geometricus est ad recondita, præsertim Stereometriæ, facillimè construẽda, cognoscenda, &c. Vt habes apud nostrum Guldinum, & apud nos sæpe, præsertim in hoc tertio huius Ærarij Tomo.

§ VI.

PROBLEMA IV.

Aliter 3, & 4 circuli centrum inuenire.

H*Abes alium, ac tertium à nobis modum geometricum, & organicum, & demonstratiuum, quo vel anguli recti in semicirculo constructi, vel normæ beneficio inuenias dati circuli centrum. Quem vide apud nos in tom. 1. hui. Ærar. § 14 ad 32. proposit.*

Vide & 4. modum inueniendi centri in, & ad propos. 19 huius inferius.

§ VII.

COROLLARIVM IV.

Ad Archimedem de Æquipond.

Q*Vemadmodum hìc docetur inuentio centri in linea bifariàte applicatam in circulo; sic Archimedes propos. 14. primi Æquipond. demonstrat centrum grauitatis cuiusq; trianguli esse in linea ab vno angulorum ducta, & bifariante basim oppositam. Ex quo inuenitur id centrum per mutuam sectionẽ duarum ab angulis oppositas bases bifariantium; iuxta anteced. §§ 4, & 5. Archimedi suffragationem geometricè habe à nobis in § 41 ad propos. 4 lib. 6 in 1 parte 2 Tomi demonstra-*

uimus.

uimus enim rectas ab angulis emissas, & bifariantes opposita latera, secare se in communi puncto. Quod deinde Archimedes ostendit esse centrum grauitatis.

§ VIII.
Moralia circa inuentionem centri in circulo.

I*N § 15 ad prop. 32 li. 1, habes ab inuẽtione cẽtri in circulo moralia, & practica, dum affirmat Arist. non esse nisi viri boni medium virtutis inuenire, sicut medium circuli solus philosophus Geometricus ex hac 1 propos. inuenit. Quibus adde ad praxen moralem & sequentia. Quemadmodum non nisi per decussationes (quæ simulacra sunt crucis) rectarum inuenitur centrum circuli; sic & medium virtutis non inuenitur nisi per aduersa, & cruciantia sensitiuum appetitum, qui hominem abstrahit in extrema vel excedentia, vel deficientia, extra rectæ rationis morale id punctum, quod est in eo:* ne quid nimis. *Igitur duarum quasi linearum decussatione, atq; cruciatu,* sustine, & abstine, *si animus hominis contineatur in officio, vt prospera modestè, aduersa fortiter ferat, centrum virtutis in humanæ vitæ circulo inueniet, eritq; fælix quatenus inter homines licet; perfectè fælix futurus post hanc vitam delatus per lineam rectæ in vita directionis ad verum vniuersi centrum, quod est Deus, id scilicet* Bonum, quod omnia appetunt, *iuxta exordium moralium Nicomachiorum apud Philosophum Peripateticum, &c.*

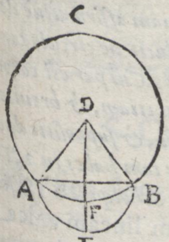
SCHOLION II.

E *Tertio veterum Scholiorum apud Commandinum ad hanc 1 proposit.* Hoc primum, inter problemata, & theoremata medium est; quatenus enim quærere, etiam aliquo modo facere proponit; quatenus verò non in factionem, sed in inuentionem vbi id, proponit contemplari. *Quærit, & inuenit centrum. &c. pertinet ad genus propositionum, quæ Porismata dicuntur. Vide ad coroll. propos. 15 lib. 1.*

Pro-

Propoſ. II. Theor. I.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.



ESto circulus ABC, & in eius peripheria accipiãtur quæcunq; duo puncta A, B. Dico rectam, quæ ex A in B ducitur intra circulum cadere. Si non: cadat, ſi fieri poteſt, extra, vt AEB, & accipiatur centrum circuli ABC, quod ſit D, iunganturque DA, DB, & producatur DF in E. Quia DA[a] æqualis eſt ipſi DB; [b] erit & angulus DAE angulo DBE æqualis; cumque trianguli DAE vnum latus AE productum ſit in B, [c] erit angulus DEB maior angulo DAE: æquales ſunt autem anguli DAE, DBE, maior ergò eſt DEB angulus, quàm DBE; [d] maior autem angulus maius latus ſubtendit; maius ergo eſt DB latus, quam DE. [e] At DB ipſi DF æquale eſt; maius ergo eſt DF, quam DE, minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter oſtẽdemus quod nec in ipſam peripheriam; cadet ergo extra. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *defin.* 15.
b *propoſ.* 5.1.
c *propoſ.* 16.1.
d *propoſ.* 19.
e *defin.* 15.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

SCHOLION I.

Aliter, ac facillimè 2 propos. demonstrare, ac de contactu peripheriæ in puncto rectæ. &c.

REctè Clauius hanc propositionem etiam affirmatiuè demonstrat, & corollarium ex eà deducit de circulo tangente lineam in vnico tantum puncto. Cui par est corollar. Euclidis inferius è 16 prop. hu. Aliter nos etiam, & breuiter hanc eandem 2 propos. demonstramus, præmissis, & suppositis duobus, quorum cognitionem, ac demonstrationem iam habes in 2. To. huius Ærarij ad propos. 17, § 10, & ad 32 in Schol. post § 18, scilicet: ab eodem puncto ad eandem rectam lineam vnica tantum perpendicularis deduci potest. *&:* Linea circulum tangens, est perpendicularis ad diametrum, &c. *Igitur si velit aduersarius tangi circulum à linea in duobus, vel pluribus punctis, finge à centro circuli ductas esse duas semidiametros ad duo illa puncta contactùs: vtraq; erit perpendicularis ad tangentem, per 2 suppositum; ergo ab eodem centro duci possunt ad eandem rectam plures perpendiculares, contra primum suppositum. Tactus igitur circularis peripheriæ est in vno tantum lineæ puncto.*

§ I.

THEOREMA.

De sphera planum tangente in puncto, ex hac 2 propos.

THeodosius Tripolita lib. 1. Sphæricorum propos. 3 demonstrat etiam planum à sphæra non tangi nisi in vnico puncto. Eius demonstratio deduci potest ex hac 2 propos. Eucl. & ex eius corollar. apud Clauium, atq; etiam ex demonstratione nostra indicata in antec. 1 schol. Cum enim & planum constet

quodammodo ex infinitis designabilibus rectis lineis (fluxus enim rectæ lineæ planã producit superficiem, & circuli gyratio circa diametrum producit sphæram) sicut sphæra conflata concipitur ex infinitis circulis; propterea id, quod in antecedenti schol. demonstratum est de contactu unius circuli ad unam rectam, idem valet de reliquis circulis sphæræ, & reliquis lineis plani tangentibus in eodem puncto. &c.

Vide & aliam demonstrationem geometricam de contactibus circuli, & sphæræ in puncto, in Schol. ad propos 18 hu. inferius.

SCHOLION II.

Physica demonstratio de contactu circuli, vel sphæræ in puncto.

VT etiam physicè veritatem demonstres de contactu circuli, vel sphæræ in unico puncto lineæ rectæ, vel plani, relege quæ apud nos habes in To. 1 hu. Ærar. ad defin. 15 § 3, & 4, ubi & loca Aristotilis explicantur circa contactum circuli in plano, & exponuntur de circulo paradoxa huc facientia; circulus. n. & sphæra sunt quasi unicus, seu perpetuus angulus peripheriæ à recto, & plano recedentis utrinque, &c. quare non nisi in indiuisibili congruit cum plano &c.

§ II.

Vsus contactús in puncto ad Aristotelis intelligentiam contra indiuisibilia, & pro miraculo geometrico de asymptotis.

VSus huius 2 propos. & corollar. ac præcedentium in nostris hisce Scholijs insignes, ac multiplices sunt. Indico aliquos. Aristotiles in aureo libello de insecabilibus lineis, siue quod linea non constat ex indiuisibilibus, demonstrat quòd, si constaret ex punctis, circulus tangens ubi duo aliqua puncta se con-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

tingunt in lineà, iuxtà aduersarium, tangeret in duobus punctis lineam, contrà demonstrata ex hac 2 propos. Eucl. Nos verò in Ap. 3. progym. 1, propos. 1, & 2 vtimur hic demonstratis ad demonstrandum facilè pro tyronibus miraculum illud geometricum (quod ab alijs in conicis, vel ex conicis difficilioribus ambagibus demonstratur) de lineis inter se asymptotis tam rectà ad rectam, quàm rectà ad hyperbolicam. Ex citatis locis Apiariorum expediet Doctori, & Auditori Geometricis proferre, & cognoscere ea exempla animum tyronum iucundà rerum inopinatarum cognitione ad amorem Mathematicarum scientiarum excitantia.

§III.

SCHOLION III.

Contactus in puncto intelligendi in abstractione Geometricà.

Circa prædicta de contactu circuli, vel sphæræ in puncto, exercenda est abstractio Geometrica, de qua nos in capite vltimo Prolegomenωn, in to. 1. hu. Aer. Nam & lineæ perfectè rectæ, & perfectè plana, & perfectè circularia sunt in ideis, & formis geometricis in anima conceptis, in qua & contactus illi præcisi, ac perfecti formantur. De quibus Geometricus Philosophus demonstrat, & intelligendus est dum in signis externis versatur. Quod si ab abstractis ad concreta physica descendas, & veritates ideales, & in abstracto demonstratas velis materiæ, seu quantitati physicæ applicare, disceptationibus erit locus inter physicos. non .n. in quantitate physica nisi imperfectè rotunda, vel plana sunt, ac proinde contactus etiam sunt in puncto physico, idest in quantitate minima quidem, sed diuisibili, non autem in puncto accepto in abstractione geometrica, quando concipitur id, cuius nulla pars est, *& abstractum à diuisibili secundum longitudinem, latitudinem, profunditatem, ideoq; indiuisibile. Quidquid igitur digladientur inter se physici circa contactus in physica quantitate, Philosophus*

Digladiationes physicæ circa cōtactus quā torum nihil officiunt geometricis veritatib⁹.

Geo-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Geometricus & pacatus, & animi securus est inter geometricam illam suam abstractionem, vbi demonstrat de figuris conceptis perfectè circularibus, & planis perfectis contactis in puncto, idest in indiuisibili; quod quidem non existat actu in quantitate illa abstracta figurarum geometricarũ, sed animo tantùm designetur. Quantitatis enim abstractus, & purus conceptus essentialiter inuoluit diuisibilitatem, nec ex indiuisibilibus abstractis (hoc est punctis Mathematicis, quorum nulla pars est, & concipiuntur non quanta) fieri potest, aut constare quantitas, eiusq; diuisibilitas. Sed omissis disceptatorijs, accedamus ad aliquid morale.

Quantitatis cõceptus ĩuoluit diuisibilitatem.

Ex abstractis indiuisibilibus nõ potest constare etiã abstructa quãtitas

§ IV.

Morales contactus. Vir bonus circularis, & sphæricus.

VIr bonus non solum est constantià quadratus, & cubicus, (vt ex Aristotele protulimus in antecedentibus in secun. tomo, & alibi) sed etiam est, vt cecinit Venusinus, teres, atq; rotundus, *circularis, & sphæricus non solum ob virtutem perfectam, sed in primis quia, (vt circulus, & sphæra) terrena non tangit nisi in puncto necessitatis, delitias, & superfluam abundantiam abijciens, vnaique affectu à terris ad cælestia eleuatus, verè ἅγιος, idest Sanctus. Ac opportunè Sanctorum solemne, & commune festum celebramus in hisce Nouembris Kalẽdis dum hæc scribo.*

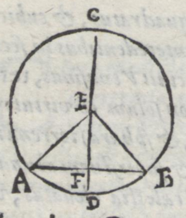
Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propos. III. Theor. II.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta rectam non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoque secabit.

ESto circulus ABC, & recta quædã CD per centrum rectam quandam AB non per centrum ductam bisecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatur enim cẽtrum E, ducanturque EA, EB. Cumq; AF, FB æquales sint, communis FE, erunt duæ AF, FE duabus FB, FE æquales, basisq; EA basi EB: [a] ergo & angulus AFE angulo BFE æqualis erit. Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, [b] rectus erit vterq; æqualium angulorum: vterque ergo AFE, BFE rectus erit: ergo CD per centrum ducta bisecans AB non per centrum ductam, & ad angulos rectos ipsam secabit. Sed iam CD ad angulos rectos secet ipsam AB; dico & bisecare ipsam, hoc est, AF, FE æquales esse. iisdem constructis, cum EA, EB æquales sint, [c] erunt & anguli



a *propos.* 8.1.

b *defin.* 10.1.

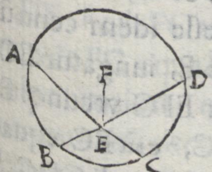
c *propos.* 5.1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

guli EAF, EBF æquales: eſt autem rectus AFE recto BFE æqualis: duo ergo triangula EAF, EFB duos angulos duobus angulis ęquales habētia, & vnum latus vni lateri, nempe commune EF, quod vni æqualium angulorum ſubtenditur, [d] habebit & reliqua latera reliquis æqualia: æquales ergo ſunt AF, FB. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare. d propoſ. 26.1.

Propoſ. IV. Theor. III.

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecent, non per centrum ductæ, ſe bifariam non ſecabunt.



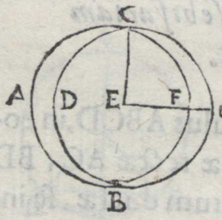
ESto circulus ABCD, in eoque duæ rectæ AC, BD non per centrum ductæ, ſe inuicem in E ſecent. Dico quod ſe bifariam non ſecent. Si fieri poteſt, ſe bifariam ſecent; ſintq; & AE, EC, & DE, BE æquales, & accipiatur centrum F, ducaturq; FE. Cùm ergo recta quædam FE per centrum ducta rectam quandam AC non per centrum ductam biſecet, ad rectos [a] angulos ipſam ſecabit: angulus ergo FEA rectus eſt. Rurſus cùm recta FE rectam quandam BD non per a prop. 3. 3.

cen-

b prop. 3. 3. centrum ductam bisecet, ad [b] angulos rectos ipsam secabit; rectus ergo est FEB. Ostensus autem est & FEA rectus: ergo FEA æqualis est FEB, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo AC, BD se bifariam secant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio V. Theor. IV.

Si duo circuli se inuicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.



DVo circuli ABC, CDG se inuicem secent in B, & C; dico ipsorum non esse idem centrũ. Si est, esto E, iungatur EC, & ducatur EFG vtcunq. Et quia E centrum est circuli ABC, [a] erit EC æqualis EF. Rursus quia E centrum est circuli CDG, [b] erit & EC æqualis EG. Ostensa est autem EC æqualis EF. erit igitur EF æqualis EG, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum est circulorũ ABC, CDG. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

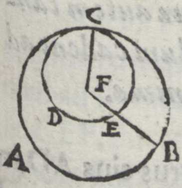
a defin. 15. 1.
b defin. 15. 1.

Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propos. VI. Theor. V.

Si duo circuli interius se contingant, non erit illorum idem centrum.



DVo circuli ABC, CDE se tangant interius in C. Dico illorum nõ esse idem centrum. Si est: Esto F, iungaturque FC, & ducatur FEB vtcunque. Cùm ergo F centrum sit circuli ABC, [a] erit FC æqualis FB. Et cum F centrum etiam sit circuli CDE, [b] erit FC æqualis FE: demonstrata est autem & FC æqualis FB: ergo FE æqualis est FB, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum est circulorum ABC, CDE. Si ergo duo circuli, &c. Quod demonstrare oportuit.

a defin. 19. 1.
b defin. 15. 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propoſ. VII. Theor. VI.

Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non ſit, ab eoq; in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua eſt centrum, minima reliqua: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum tranſit remotiore ſemper maior eſt. Duæ autem tantùm æquales à puncto in circulum cadent ad vtraſq; partes ipſius minimæ.

ESto circulus ABCD, diametrus eius AD, in qua ſumatur punctum quoduis F, quod centrum non ſit. Centrum autem ſit E. Cadant ab F ad circulum rectæ quędam FB, FC, FG. Dico maximam eſſe F A, minimam FD: aliarum FB maiorem, quàm FC; & FC maiorem, quàm FG. iungantur enim BE, CE, GE. Et quia om-

a propoſ. 20. 1. nis trianguli a duo latera reliquo maiora ſunt, erunt EB, EF maiores BF; eſt autem AE ipſi BE æqualis, ſint ergo BE, EF ęquales ipſi AF; maior igitur eſt AF quàm BF. Rurſus cùm BE, CE æquales ſint, communis EF, erunt duæ BE, EF duabus CE, EF æquales: ſed angulus BEF b ma-

jor

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

ior est angulo CEF: erit [c] igitur & basis BF maior basi CF. Eandem ob causam maior est CF, quam FG. Rursus cùm GF, FE maiores sint, quàm EG, & EG, ED æquales, erunt GF, FE maiores, quam ED; communis auferatur EF; [d] reliqua ergo GF reliqua FD maior erit. Est ergo FA maxima; minima DF; maior autem FB, quàm FC, & hæc maior, quàm FG. Dico secũdo, quod ex F duę tantum æquales ad circulum cadant vtrinq; à minima DF. [e] Constituatur enim ad E rectæ EF angulus FEH æqualis angulo GEF, ducaturq; FG. Cùm ergo GE, EH æquales sint, communis EF, erunt duæ GE, EF duabus HE, EF æquales, angulusq; GEF angulo HEF ęqualis: [f] igitur & basis FG basi FH erit æqualis. Dico tertio, quod ipsi FG nulla alia æqualis ex F ad circulum cadat. Si enim cadit, cadat FK. Cùm ergo vtraq; FK, FH ipsi FG sit æqualis, [g] erit & FK ipsi FH æqualis: propinquior ergo ei, quæ est per centrum, æqualis est remotiori, quod fieri nequit. Vel sic. Ducatur EK. Cùm ergo GE, EK æquales sint, communis FE, item [h] basis GF basi FK ęqualis, [i] erit & angulus GEF angulo KEF æqualis: sed CEF ęqualis est angulus HEF; ergo & HEF æqualis erit ipsi KEF, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vnà ipsi GF æquales ad circulũ

b *ax.* 9.
c *propos.* 24.1.
d *ax.* 5.
e *propos.* 23.1.
f *propos.* 4. 1.
g *ax.* 1.
h *def.* 15
i *prop.* 8. 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

cadunt. Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

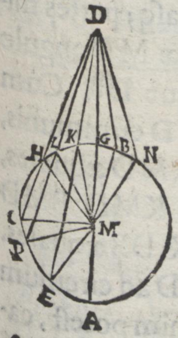
Propos. VIII. Theor. VII.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna per centrum transeat, reliquæ vt libet. Earũ quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima est quæ inter punctum, & diametrum interijcitur; aliarum verò quæ propinquior minimæ semper remotiore minor est. Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad vtrasq; partes minimæ.

Esto circulus A B C, extra quem accipiatur punctum D, ab ipsoq; ducantur rectę quędam ad circulum DA, DE, DP, DC, ducaturq; DA per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam A E P C maxima sit quæ per centrum transit, DA; minima, quæ inter punctum

ctum

ctum D, & diametrum AG interijcitur, quæ est DG; maior autem DE, quàm DP, & hæc maior, quàm DC. Earum verò, quæ in conuexam peripheriam HLKG cadunt, semper propinquior minimæ DG minor est remotiore, hoc



est, DK minor est, quàm DL, & hæc minor, quàm DH. Accipiatur centrum M, iunganturq; ME, MP, MC, MH, ML, KM. Et cum AM, EM *a* æquales sint, a def. 15.
communis addatur MD, eritq; AD æqualis vtrisq; EM, MD; sed EM, MD *b* maiores sunt, b propos.
quàm ED: ergo & AD maior 20. 1.
est quam ED. Rursus ME, MP æquales sunt, communis addatur MD; eruntq; EM, MD æquales ipsis PM, MD: sed angulus EMD maior est angulo PMD; *c* ergo & basis ED maior est c propos.
basi PD. Similiter ostẽdemus PD maiorem esse 24. 1.
CD. Maxima ergo est DA, maior DE quàm DP, & DP maior quàm DC. Cumq; MK, KD *d* d propos.
maiores sint quàm MD, & MG æqualis MK, *e* 20. 1. e ax. 5.
erit reliqua KD maior reliquá GD. Quare GD minor est quàm KD, est enim omnium minima. Et quia lineę MK, KD à terminis lateris MD intra triangulum MLD constitutę sunt, *f* erũt f propos.
illæ minores, quàm ML, LD: sunt autem MK, 21. 1.

ML

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

ML æquales : ergo reliqua DK minor eſt reliquà DL. Eodem modo oſtendemus DL minorem eſſe DH. Minima ergo eſt DG; minor autem DK quàm DL, & DL minor quàm DH. Deinde dico, quod à puncto D tantùm duæ æquales in circulum cadant ad vtraſq; partes minimæ. g Conſtituatur ad M lineæ MD angulo KMD æqualis DMB, ducaturque DB. Cùm ergo MK, MB æquales ſint, MD communis, erunt duæ KM, MD duabus BM, MD æquales, altera alteri; ſunt verò & anguli KMD, BMD ęquales, h erũt igitur & baſes DK, DB æquales. Dico tertio rectæ DK à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere. Si enim poteſt, cadat DN. Cum ergo DK ſit æqualis DN; & ipſi DK æqualis DB; erit i & DB ipſi DN æqualis propinquior minimæ remotiori, quod fieri non poſſe demonſtratum eſt.

g propoſ. 32. 1.

h propoſ. 4. 1.

i ax. 1.

Aliter.

DVcatur MN. Cùm igitur KM æqualis ſit MN, communis MD, & baſis DK æqualis baſi DM, k erit & angulus KMD angulo DMN æqualis: ſed KMD æqualis eſt angulo BMD; ergo & BMD ęqualis erit NMD, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo plures quàm

k propoſ. 88. 1.

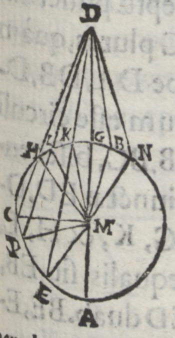
duæ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

duæ à puncto D ad circulum ABC æquales ad vtrasque partes DG cadunt. Si ergo extra circulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

SCHOLION.

Vsus, & Praxis 8 proposit. in inuentione per chordam semidiametri oris putealis.



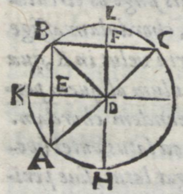
Ex hac 8 propositione deducitur, & demonstratur praxis inueniendæ diametri, & simul centri oris aperti alicuius putei. In figura Euclidis finge os circulare aperti putei esse NHPA. chordulam affige in puncto quolibet peripheriæ velut in K, quæ chordula inserta sit in globulum aliquem perforatum, ac mobilem per eandem chordam. Tum chordâ protensâ è K ad latus putei (velut ad P, vbi globulus tangat latus, siue peripheriam) moueatur ex P in E, A, & vltra A, semper globulo oram extremam radente, & per chordam meãte longius, ac longius à K, donec globulus, vt oram tangat, incipiat per chordam accedere versus K; tunc enim primum chorda incipiet esse minor diametro. Itaque chordæ quantitas vbi desijt crescere, & incœpit decrescere, erit mensura diametri quæsitæ in ore putei. Nam ex hac 8 propos. linearum intra peripheriã maxima est diameter. Eaq; dimidiata dat punctum centri, & semidiametrum, ad cuius interuallum ducatur peripheria pro circulo, quæ sit æqualis ori putei.

Pro

Propos. IX. Theor. VIII.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum plures, quàm duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

ESto intra circulum ABC acceptū punctum D, ab eoq; ad circulum ABC plures, quàm duæ rectæ æquales cadant, nempe DA, DB, DC. Dico D centrum esse circuli ABC. Iungātur AB, BC, bisecenturq; in E, & F, & iunctæ ED, DF producantur in G, K, & H, L.



Cùm ergo AE æqualis sit EB, communis ED, erunt duæ AE, ED duab. BE, ED ęquales; est [a] verò & basis DA basi DB æqualis, erit [b] igitur & angulus AED angulo BED ęqualis: [c] rectus ergo vterq; est: secat [d] ergo GK ipsam AB bifariā, & ad angulos rectos. Et quia, [e] quādo in circulo recta rectam secat bifariam, & ad angulos rectos, in secante centrum est circuli, erit in GK centrum circuli ABC. Eadem ratione centrum erit in HL: & nullum aliud commune punctum habent rectæ GK, HL prę ter D: ergo D centrum circuli ABC. Si ergo intra

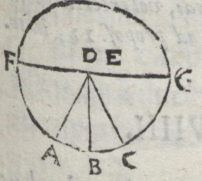
a ex hypothesi.
b propos. 8. 1.
c defin. 10. 1.
d propos. 3. 3.
e Corol. prop. 3. 3.

tra

tra circulum, &cet. Quod oportuit demonstrare.

Aliter.

INtra circulum ABC sumatur punctum D, ab eoque ad circulum plures quàm duæ rectæ æquales cadant DA, DB, DC. Dico D esse centrum circuli ABC. Si non est. Esto E, & iuncta DE producatur in F & G. [a] Est autem FG diametrus circuli ABC. Cum ergo in diametro FG acceptum sit punctum D, quod centrũ circuli nõ est, [b] erit DG maxima, maior autem DC, quàm DB, & DB maior quàm DA; sed & æquales sunt; quod fieri non potest. E ergo centrũ circuli ABC non est. Similiter ostendemus quod præter D aliud nullum. D ergo centrum est circuli.



a def. 17. 1.

b prop. 7. 3.

SCHOLION.

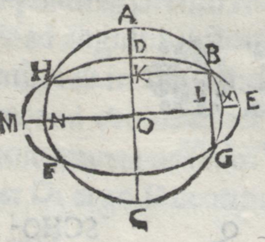
Vſus 9 Propoſ. in inuentione poli dati circuli iuxta inuentionem centri, ad ſtyli perpendicularem erectionem.

A*D de propoſit. huic 9.* ſi extra circulũ accipiatur punctũ, ab eoq; ad peripheriam plures, quàm duæ æquales deducũtur, erit id puuctum polus circuli. *Relege quæ habes ad intelligentiam noſtræ huiuſce propoſit. § 3. ad def. 16. in to. 1. h. Ær. Ex hac ergo 9. Eucl. eleuata à nobis etiã ad polum circuli, patet demonſtratio praxis, quam in Ap. 9, Prop. 4, cap. 4. num. 1. tradidimus; ac vniuerſaliter pro erectione, & examinatione ſtyli perpendiculariter erigendi, vel erecti. Vide, & adduc huc plura è § 5 ad prop. 11, & § 14 ad propoſ. 12, in to. 1. hu. Ær.*

Propoſ. X. Theor. VIIII.

Circulus circulum in pluribus, quàm duobus punctis non ſecat.

SI fieri poteſt, ſecet circulus ABC circulum DEF in pluribus punctis quàm duobus, vt in B, G, F, H, iunctæque



a prop. 10. 1. BG, BH [a] biſecentur in K & L; atq; ex K, & L ipſis

b prop. 11. 1. BG, BH ad [b] angulos rectos ductæ KC, LM, in A, & E producantur. Cũ

ergo

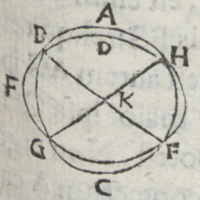
ergo in circulo ABC recta quædam AC rectã quandam BH bifariam, & ad angulos rectos secet, [c] erit in AC centrum circuli ABC. Rursus cùm in eodem circulo ABC recta quædã NX rectam quandam BG bifariam, & ad angulos rectos secet, [d] erit in NX cẽtrum circuli ABC. Demonstratum autem est quod & in AC: atqui in nullo alio puncto rectæ AC, NX concurrũt, quàm in O: est ergo O centrum circuli ABC. Similiter demonstrabimus centrũ circuli DEF in O esse. Duorum ergo circulorũ ABC, DEF se inuicem secantium idem est centrũ O: [e] quod fieri nequit. Non ergo circulus circulum &c.

c prop. 3. 3.

d prop. 3. 3.

e prop. 5. 3.

Aliter. circulus ABC circulum DEF in pluribus, quã duobus punctis secet, vt in B, G, H, F. Accipiatur circuli ABC cẽtrum K, iunganturq; KF, KG, KB. Cum ergo intra circulum DEF acceptum sit punctũ K, ab eoq; ad circulũ DEF cadant plures, quàm duæ rectæ æquales KB, KF, KG, [a] erit K centrum circuli DEF: sed est etiam cẽtrum circuli ABC: duorum ergo circulorum se secãtium idem est centrũ: [b] quod fieri non potest. Non ergo circulus circulum in pluribus, quàm duobus punctis secat. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 9. 1.

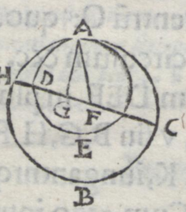
b prop. 5. 3.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propos. XI. Theor. X.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli ABC, ADE interius se contingant in A. Accipiatur circuli quidẽ ABC centrum F, circuli verò A D E centrum G. Dico quod, quæ ex G in F ducitur si producatur, in cõtactum cadat. Si non, cadat aliò, vt FGDH, iunganturq; AF, AG. Cùm ergo AG, G F [a] maiores sint, quàm FA, hoc est, quàm FH (ęqualis enim est FA, ipsi FH, est enim vtraq; ex centro) auferatur communis FG: reliqua ergo AG maior erit reliquà GH: est autem AG ipsi GD [b] æqualis: erit ergo GD maior ipsa GH, minor maiore quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur, extra contactum A cadet. Ergo in ipsum.



a propos. 21.1.

b defin. 15.1.

Aliter. Cadat, vt GFC, quæ in H producatur, iunganturq; AG, AF. Quia ergo AG, GF [c] maiores sũt, quàm AF, sed AF [d] ęqualis est CF, hoc est FH; communis auferatur FG; eritque AG,

c propos. 20.1.

d defin. 15.

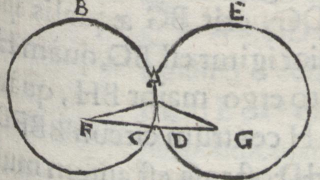
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

quam reliqua GH maior: hoc est GD maior erit, quàm GH; minor quàm maior, quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris cẽtrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. XII. Theor. XI.

Si duo circuli se se exterius contingant, recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

DVo circuli ABC, ADE tangant se exterius in A. accipianturq; circulorum centra, quæ sint F, G. Dico quòd quæ F, G iungit, per cõtactum A transeat. Si non, transeat, si fieri potest, vt FCDG, & iungantur AF, AG.



Cùm igitur F cẽtrum sit circuli ABC, [a] erit FA æqualis FC. Et cùm G sit centrum circuli ADE, erit & GA ipsi GD æqualis. Ostensa est autem & FA æqualis FC. Sunt ergo FA, AG ipsis FC, DG æquales. Quare tota FG maior erit ipsis FA, AG: sed & [b] minor est: quod fieri non potest. Non ergo quę ex

a defin. 15.

b propos. 20.3.

F in

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

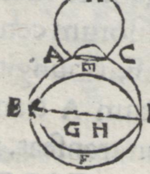
F in G ducitur aliorsũ, quàm per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. XIII. Theor. XII.

Circulus circulũ in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

SI fieri potest, tangat primo circulus ABDC circulũ EBFD interius in pluribus, quàm vno punctis, vt in B, D: & sumatur circuli ABDC centrum G, circuli EBFD centrum H: ergo

a propos. 11. 3.



recta centra G, H iungens [a] cadet in contactus B, D; cadat, & sit BGHD. Cùm igitur G sit centrum circuli AB DC, erit BG æqualis ipsi GD; maior igitur est BG, quàm HD; multo ergo maior BH, quàm HD. Rursus cùm sit H centrum circuli EBFD, æqualis erit BH ipsi HD: ostensa est autem multò illà maior, quod fieri nequit. Non igitur circulus circulum interius in pluribus, quàm vno puncto tangit. Dico quod neq; exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus ACK circulum ABDC exterius in pluribus punctis vno, vt in A, & C, iunganturq; A, C. Cùm ergo in peripheria cir-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

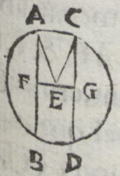
circulorum ABDC, ACK accepta sint quæcunque puncta A, & C, [a] cadet recta illa coniungens intra vtrumq; circulum. Sed cadit quidem in circulum ABDC, extra verò circulum ACK. [b] Quod est absurdum. Non ergo circulus circulum extra in pluribus punctis vno tangit. Ostensum est autem quod neq; interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonstrare:

a propos. 2. 2.

b propos. 2. 3.

Proposit. XIV. Theor. XIII.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et, quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.



SVnto in circulo ABDC rectæ AB, CD ęquales. Dico eas æqualiter à centro distare. Esto centrum E, à [a] quo ad rectas AB, CD perpendiculares ducantur EF, FG, & iungantur AE, EC. Cùm ergo recta EF per centrum ducta rectam quãdã AB non per centrum ductã, ad angulos rectos secet, [b] & bifariã eam secabit: æquales ergo sunt AF, FB. Ergo AB dupla est ipsius AF. Ob eandem causam est CD dupla ipsius CG: [c] æquales ergo sunt AF, CG: cũ igitur [d] & AE, EC æquales sint, erunt & quadrata

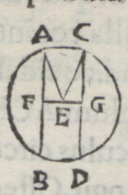
a propos. 12. 1.

b propos. 3. 4.

c ax. 7.
d defin. 15. 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

f propos. 47.1. ta ipsarum AE, EC æqualia. Sunt autem ei quadrato *f*, quod ex AE, æqualia quæ ex AF, EF (est enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex EC ęqualia sunt quæ ex EG, GC (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex AF, EF æqualia illis, quæ ex CG, GE. Cùm ergo quod ex AF æquale sit illi, quod ex GC (sunt enim AF, CG æquales) erit & reliquũ, quod ex FE, reliquo quod ex EG æquale: sunt ergo EF, EG æquales. *g* In circulo autem æqualiter à centro abesse dicuntur rectę, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ æquales fuerint. Sed iam distent AB, CD ęqualiter à centro, hoc est, EF, EG sint æquales. Dico AB, CD æquales esse. Iisdem constructis, demonstrabimus, vt prius, AB duplam esse ipsius AF, & CD ipsius CG. Cumq; AE, CE æquales sint, erunt & earum quadrata æqualia. *h* Sunt verò ei, quod ex AE æqualia quæ ex EF, FA: & ei, quod ex CE, illa quæ ex EG, GC: ergo quæ ex EF, FA sunt illis quæ ex EG, GC æqualia. Cùm autem ei, quod ex EG æquale sit quod ex EF (sunt enim EG, EF æquales) erit & reliquum, quod ex AF, reliquo, quod ex CG, æquale; ęquales ergo sunt AF, CG. Est autem ipsius AF dupla AB, & ipsius CG dupla CD, æquales ergo sunt AB, CD. In



g def. 3. 1.

h prop. 47.1.

scir-

circulo ergo æquales rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION, in quo—

—*LEMMA pro prop. 14,*

De quadratis æqualibus à lateribus æqualibus, & æqualium quadratorum lateribus æqualibus.

CVm igitur & AE, EC æquales sint, erunt & quadrata ipsarum AE, EC æqualia. *Hoc, quod sine controuersia pro certo supponit, ac per se notum Euclides hìc in prop. 14, demonstrat Proclus in comment. 20, quod est ad prop. 46 lib. 1 Elem. pariter cum conuerso. Vt stemus pro Euclide, sine alia demõstratione patet lineas æquales æqualiter posse, idest æqualia producere quadrata. Ac multo magis si vtaris regula apud nos vniuersalissima ac per se nota, quam cùm alibi, tum inprimis in Epilogo planimetrico, & in Breuiario Stereometrico habes in fine primæ partis, & in secunda parte huius Tertij tomi, scilicet: ab æqualibus producentibus æqualia sunt producta. Si ergo lineæ sunt æquales, ac eæ perpendiculariter, & per æquales vias motæ sunt, sine dubio æqualia plana quadrata produxerunt. Sic & æqualia producta quadrata resoluũtur in æqualia producentia, idest in æquales rectas motas per æquales vias. Vide cit. Epil. & Breuiar.*

Adde in numeris ostensionem. Quis enim dubitet æqualium radicum 2, & 2 æqualia esse quadrata 4, & 4? & æqualium quadratorum numerorum 4, & 4 æquales esse radices 2, & 2? Quapropter rectè Euclides, sine alia demonstratione, supposuit tamquã euidentissimum: quadrata æqualium AC, EC æqualia.

Propos. XV. Theor. XIV.

In circulo maxima est diametrus: aliarum verò semper quæ propinquior est centro remotiore maior est.

ESto circulus ABCD, cuius diametrus AD, centrum E; propinquior diametro BC, remotior sit FG. Dico maximam esse AD, maio-
a *propos.* 12.1. rem BC, quàm FG. [a] Ducantur enim à centro ad BC, FG perpendiculares EH, EK. Et quia
b *defin.* 5.2. BC propinquior est centro, remotior FG, [b] maior erit EK, quàm EH. [c] Ponatur ipsi EH æqua-
c 2 *propos.* 1. lis EL, & per L [d] ducatur ipsi EK ad angulos re-
d *propos.* 11.1. ctos LM; qua ducta in N, iungantur EM, EN, EF, EG. Cùm ergo EH ipsi EL sit æqualis, [e] erit
e *propos.* 14.3. & BC ipsi MN æqualis. Rursus cùm AE ipsi EM, ED verò ipsi EN sit æqualis, erit & AD ipsis ME, NE æqualis: sed [f] ME, NE ipsa MN ma-
f *propos.* 20.1. iores sunt: erit ergo & AD maior quàm MN. Et quia duæ ME, EN duabus FE, EG æquales sunt, angulus verò MEN maior angulo FEG; [g]
g *propos.* 24.1. erit & basis MN maior basi FG: sed MN ostensa est æqualis BC; ergo & BC maior est quàm FG. Maxima ergo est diametrus; maior BC quàm FG. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

S 1.

§I.

Locus insignis Arist. in Mechan. de remigibus hac 15 prop. illustratus.

Soluit demonstratiuè hæc propositio 15 Elem. quæstionem quartam mechanicarum apud Aristotilem, in qua quærit cur in naui remiges medij plus reliquis nauim impellant. Rationem autem affert quia remiges medij habent longiorem partem remi, ac magis distantem à scalmo, tanquam à renitente, siue ligamento, siue hypomoclio. Facilius autem potentia mouet pondus, quanto magis ab hypomoclio distiterit; quod ostendit in antecedentibus, vbi de admirandis circuli; atq; hic à nobis supponitur satis ab experientia comprobatum. *Cur medij remiges magis naui impellat.*

At verò demonstratio geometrica (nam ocularis, aut palmaris demensio nihil ad Geometricum Philosophum) qua firmetur assertum de longiore parte remi ab hypomoclio apud remiges medios, prodit ab hac 15 propos. Nam (in figura Euclidis) puta circulum FBCG esse nauem: hypomoclia in F, M, A, B, G, N, D, C, remorum partes ab hypomoclijs intra nauim esse ipsas FK, ML, AE, BH; GK, NL, DE, CH; quoniam quæ per centrum E ipsa AD longior est, quàm reliquæ, magis ac magis, quo recedunt magis vtrinque, iuxta hanc 15; erunt & dimidia ipsius AD, quæ per centrum, maiora dimidijs earum, quæ non per centrum eunt, magis ac magis, quo remotiora, &c. Ac proinde remex in E mouebit remi partem maiorem AE, quàm ML, vel BH, ac multo magis, quam FK; pariq; ratione ex altera parte de remigibus mouentibus partes remorum ad G, N, D, C. Quòd autem nō nemo videtur magnum philosophum insimulare hallucinationis, modestius erit vt nos benignè interpretemur Peripateticorum Magistrum, ac dicamus rectè illum rationem attulisse à primo genere vectis, quasi mare sit pondus mouendum, scalmus, & nauis pro hypomoclio. Nā tanquam hypomoclion scalmus sustinere nititur nisum potentiæ in remo quasi vecte, sui altero extremo nitente mouere mare tanquam *Demonstratio geometrica pro posita quæstionis.* *Pro Aristotele contra aliquos.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

pondus; accidit verò vt fiat permutatio, & maris aqua renitatur, & scalmus cnm naui moueatur cedendo nisui potentiæ in vecte. Ratio vero facilioris motionis à remigibus medijs valet etiam in vecte secundi generis, in quo quanto magis distat potentia à pondere intercepto, tanto facilius mouet. &c. Vide Aristotelem in cit. 4 quæs.

§ II.

Vsus opticus propositionis huius 15.

A diaphano sphærico magis, quam à cubico dilatatur angulus visorius.

Habes vsum opticum huius 15 propos. apud nos in Ap. 6. progym. 1. cap 2, vbi ex hac 15 demonstrauimus à diaphano sphærico magis, quàm à cubico dilatari angulum visorium. Illuc vise, & huc transfer ad condimentũ, & quasi praxim huius 15 in re maximi momenti, præsertim pro senibus. &c.

§ III.

Moralia è 15 propos.

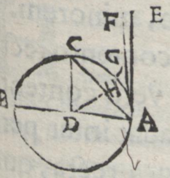
Maior moraliter qui Deo vniuersi cẽtro propinquior; minor tanto, quãto ab eo remotior.

In solo Deo centrum, & quies vera est humani animi; ac verè ille maximus, in quo Deus Opt. Max. & tanto quisque maior quanto Deo propior, tanto minor, quanto ab eo remotior; quemadmodum in circulo maxima est diameter, in qua centrum, & quanto diametro vicinior recta est maior, tanto minor quanto à diametro remotior. Hæc verè pro animo solida nisi consentur è geometricis, operam ludimus, mi Lector. A religioso scriptore debita hæc sunt moralia, & practica etiam in theorijs abstractis. Vtilissima omnium abstractio hæc est à figuris ad Deum.

Pro-

Propos. XVI. Theor. XV.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locum, qui inter rectam lineam, & peripheriam interijcitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

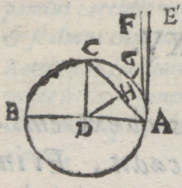


ESto circulus ABC circa centrum D, & diametrum AB. Dico rectam lineam ab A ipsi AB ad angulos rectos ductam extra circulũ cadere. Si non, cadat, si fieri potest, intra, vt AC, & iungatur DC. Cùm ergo DA sit æqualis DC, erit & angulus DAC angulo ACD æqualis: est autem DAC * rectus, rectus ergo erit & ACD: sunt ergo DAC, ACD duobus rectis æquales, [a] quod fieri nequit: Non ergo quę ab A puncto ipsi BA ad angulos rectos ducitur, intra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt AE. Dico secundò, in locum inter AE, & peripheriam CHA interiectum aliam rectam non cadere. Si potest: cadat, vt FA, ducaturq; ex D ipsi FA perpendicularis DG. Et cùm angulus AGD

** ex hypothesi.*

a propos. 32.1.

b *propos.* 32.1.
c *propos.* 19.1.



GD rectus sit, [b] minor recto DAG; [c] erit AD maior, quàm DG: est autem DA æqualis ipsi DH; maior ergo est DH, quàm DG, minor maiore; quod fieri nequit. Non ergo in locum rectà AE, & peripherià CHA interceptum alia recta cadit. Dico tertio angulum semicirculi rectà AB, & peripherià CHA contentum, omni acuto rectilineo maiorem esse; reliquum verò peripherià CHA, & rectà AE contentum, minorem. Si enim est aliquis angulus maior contento rectà BA, & peripherià CHA, minor verò contento peripherià CHA, & rectà AE, cadat inter peripheriam CHA, & rectam AE linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectà BA, & peripherià CHA contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria CHA, & rectà AE contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo rectà BA, & peripherià CHA contento; neque minor, CHA, & AE contento.

Corollarium.

EX his manifestum est rectam, quæ diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, cir-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

circulum tangere, & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, d intra circulum cadere ostensum est. Quæ ergo diametro, &c. Quod oportuit demonstrare. d propos. 2.3.

§I.

Paradoxa, & admiranda 16 propositionis, & corollarij ex ea.

HÆc 16 huius libri propositio fæcundissima est paradoxorum, & corollariorum admirandorum, demonstratiuè tamen confirmatorum; quorum explicationem dum ageometrici aliqui non assequuntur, aut ijs abutuntur, incidunt in paralogismos fœdissimos, & inanibus disceptationibus vmbras diuerberant. Planè mirum est quemlibet angulum contactùs quantunuis maximum esse minorem rectilineo angulo acuto quantunuis minimo. Mirum est quantunuis maximum angulum contactùs à nulla recta diuidi posse. Mirum est angulum semicirculi quantunuis maximum nunquam æquari posse angulo recto, & quantunuis minimum angulum semicirculi esse semper maiorem quolibet acuto. Mirum angulum contactùs esse minimum, & tamen diuisibilem in infinitum. Mirum est angulum semicirculi transire à maioritate vltra quemlibet acutum ad minoritatem citra, & intra rectum, & obtusum, nec tamen ad ea duo extrema ire per medium, & per aliquam æqualitatem alicui aliquando rectilineo. *Mira anguli cõtactus, & semicirculi.*

Mirus est in corollario eiusdem 16 propositionis contactus ille in puncto, nec tamen ex punctis constare quantitatẽ apud omnes Geometricos philosophos, qui in plurimis paradoxis, ac præcipuè in incomensurabilitatibus aliquarum linearum supponunt (ne paralogizentur) lineas non componi ex indiuisibilibus. Ac plura alia admiranda paradoxa, quæ ex hac 16 deducuntur. Quorum aliqua vide apud Clau. ad hanc 16 ex Cardano, & alijs.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§II.

PARADOXVM *singulare*

Ex angulo cōtractus, quo fit vt angulus rectus ad acutum non habeat maiorem proportionem, quàm angulus semicirculi. &c. Nulla item proportio anguli acuti cum angulo semicirculi.

VNum hic non omittam plane singulare paradoxum, nec admodum vulgatum. Inspice figuram Euclidis, & in ea tres angulos, acutum DAC, semicirculi angulum DAH, & rectum DAE. Vt acutus DAC est pars anguli semicirculi ADH, sic & ADH est pars recti ADE. Itaque angulus acutus videtur habere proportionem inæqualitatis tam ad angulum semicirculi, quam ad angulum rectum, & anguli recti ad acutum videtur esse proportio maioris inæqualitatis, quàm anguli semicirculi ad eũdem angulum acutum; tamen res non sic habet. Nam acutus non habet proportionem ad angulum semicirculi; quia quantumuis multiplicatus non potest æquare, vel superare angulũ semicirculi, iuxta defin. 4 li. 5, acutus semper minor est angulo semicirculi; habet tamen proportionem cum recto, quia multiplicatus potest peruenire ad quantitatem recti. Ac præterea (quod est planè paradoxum, & quasi contra propos. 8 lib. 5) angulus rectus maior, quàm angulus semicirculi, non habet ad acutum proportionem maiorem, siue maioris inæqualitatis, quam angulus semicirculi, quia maioritas, qua angulus rectus superat maioritatem anguli semicirculi maioris acuto, est angulus contactus CHAE, qui quantumuis multiplicatus, est (ex hac 16) semper minor acuto, ideoq́; non habet cum acuto proportionem. Vide pro nobis Petrum Nonium in Algebra; ex cuius animaduersione in 8 propos. li. 5. Elem. prædicta etiam firmantur. Itaq́; aliquando: datis duobus angulis inter se inæqualibus, maior

Paradoxũ contra 8 prop. li. 5.

maior non habet maiorem proportionem ad tertium angulum vtroque dato minorem. *Paradoxum extra 8 prop. li. 5.*

§III.

Pluriformes anguli contactûs, & asymptotωn miracula, etiam duarum rectarum semper inter se accedentium, nec vnquam se contingentium, ab angulo contactûs.

PAradoxa, Corollaria, & vsus miros huius 16 propos. habes etiam apud nos in Apiario 3, præsertim in Progymn. 5, vbi angulorum paradoxa persequimur. Ibidem vide varias formas angulorum contactûs. Cornicularis de quo hic, lunularis, sistroides, mixtilinei, curuilinei. &c.

Insignis verò apud nos vsus est pro theorematibus, & problematibus, ad miraculum illud geometricum de lineis inter se asymptotis; in eod. Ap. 3, progym. 1. & 2. vbi aperuimus fontem asymptotωn ab angulo contactus promanantem. Vide cit. Apiar. & inde Tyronibus affer, ò Geometrice Doctor, iucunda, & admiranda Geometricæ Philosophiæ, vt in eam abripiantur. Ostende præsertim duas asymptotos etiam rectas ducere à diametro ad rectam circulũ tangentem, quæ dum progrediuntur per sectiones circulorum maiorum, ac maiorum iminuentium angulum contactus, nec vnquam tangentium extra punctum contactus in extremitate diametri, efficiunt vt rectæ semper productæ, & occurrentes, atq; accedentes semper magis ad tangentem, nunquam eam contingere possint. Vide figuram Ap. 3. prog. 1. propos. 2 ex qua facillima ostensio fit ex angulo contractus rectarum inter se asymptotωn.

Per angulos cõtactus duæ rectæ productæ asymptoti, idest sẽper accedentes, nũquam inter se tangẽtes.

§IV.

SCHOLION I.

Anguli contactus omni acuto minores etiam ad reliquas sectiones conicas, præter circulũ.

VT amplies hanc propositionem, & Tyrones traducas etiam ad conica, vide propositionem 32 lib. 1. conic. Apollonij, quæ hæc est: Si per verticem sectionis coni recta linea ordinatim applicatæ æquidistãs ducatur, sectionem continget, & in locum, qui inter coni sectionem, & rectam lineam interijcitur, altera recta linea non cadet. *Itaque præter circulum, etiam reliquæ conicæ sectiones habent angulum contactus, qui minor est omni acuto angulo rectilineo. In verbis eius propositionis, & huius 16 ex græco fonte* τὸν τόπον, *&c. interpretes rectè vertunt* locum *spatium anguli contactùs, vt innuant, opinor, magni Geometrici Philosophi Euclides, & Apollonius angulum contactus, licet minimo quouis rectilineo minorem, esse tamen quantitatem, eamq; diuisibilem in infinitũ, si non per rectas, & rectilineos angulos, saltem per curuas maiorum, ac maiorum circulorum peripherias transeuntes per idem punctum contactus, & per angulos contactùs semper minores.*

Angulus contactus cur locus appelletur.

Angulus contactus ĩdiuisibilis.

§V.

SCHOLION II.

Ex verbis propositionis 16 patent causæ paradoxorum anguli contactùs.

NOtandæ sunt rationes aliquæ partium propositionis 16, *in qua, Primo dicitur* in locum inter peripheriam, & li-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

neam tangentem alia recta non cadet, *quia ex Eutocio ad cit. 32 prop. li. 1. Apollon.* duæ rectæ lineæ in eodem puncto contingentes esse non possunt, *in vnam eandemque scilicet coincident, ac vt altera inferior sit à priore tangente distincta, secet necesse est circulum in altero puncto,* siquidem (*inquit in corollar. huius Eucl.*) quæ circulo in duobus punctis occurrunt, intra circulum cadere ostensum est *in prop. 2. hu. Ac nota verba Euclidis:* alia recta, *quasi dicat: loquor de recta; nam de curua circulari non est dubium, per descriptiones scilicet maiorum circulorum, &c. vt prædictum est in fine § 4 antecedentis.*

Cur vnica tātum tangens circulū linea.

Secundo affirmando angulum semicirculi esse semper omni recto minorem, angulum contactùs minorem omni acuto, indicat inter angulos illos mixtos, & inter rectilineos non intercedere proportionem, iuxtà definit. 4 lib. 5. si enim eorum angulorum alter multiplicatus non potest æquare alterum, multo minus poterit excedere. quæ regula est apud Geometras cognoscendi an proportio sit inter duas quantitates.

Cur inter mixtos, & rectilineos angulos non sit proportio.

§ VI.

SCHOLION III.

Cauillationes aliquæ contra angulum cōtactùs proponuntur.

Ex *quibus notatis, & intellectis verbis propositionis, facillimo negotio soluuntur quæcunque paralogisticè obijciunt aliqui contrà hanc demonstrationem. Peletarium quidem satis egregiè Clauius confutauit. Vieta pro nobis, seu potius contra nos, & antiquos Geometras, Responsorum lib. 8. cap. 13, suo de more perobscurè. nos, eius verbis omissis, nobis ex eo sic opponemus.*

1 *Anguli ex Euclide vel recti, vel acuti, vel obtusi sunt. Angulus semicirculi nec obtusus, nec acutus est, ergo rectus; & reliquus angulus cornicularis contactùs erit imaginarius.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

2 *Quantitas anguli spectatur ex arcu circulari subtenso; nullus arcus metitur cornicularem, ergo non est angulus.*

3 *Videtur Vieta innuere cum Peletario propositionem 1 lib. 10, iuxta quam, si ex acuto angulo rectilineo auferatur maius, quàm dimidium, ac rursus à reliqua parte maius, quàm dimidium, sicque continuè ex residuis partibus maius, quàm dimidium, tandem relinquetur minor angulus rectilineus, quàm angulus contactùs. Ergo non est minor quolibet minimo rectilineo.*

4 *Omnes anguli semicirculi sunt æquales, quia vt omnes circuli, sic omnes semicirculi sunt similes; similitudo verò figurarum, iuxta primam definitionem sexti, spectatur inprimis ex æqualitate angulorum. Si sunt omnes anguli semicirculorum æquales, ergo & reliqui ad complementum recti, idest anguli contactùs omnes & ipsi sunt æquales; ergo non sunt quantitas, quia non imminuuntur in maioribus semicirculis, nec augentur in minoribus; quantitatis verò est augeri, & minui. Reliquæ aliæ aliquæ obiectiones tãtum innuentur inferius in § 9.*

§ VII.

SCHOLION V.

Cauillationibus contra angulum contactùs respondetur.

Anguli sunt etiã e concursu nõ rectarũ linearũ.

R*Espondeo ad 1. Euclides in definit. 9, 10, 11, 12 lib. 1. definit tantum angulos rectilineos; at sub definitione 8 tanquam sub genere comprehendit etiã angulos curuilineos, & mixtilineos. Nam etiam curuarum, & rectarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram est inclinatio, ac proinde angulus: sic recta tangens, & circularis ad punctum contactùs conficiunt angulum mixtilineum. Quinimmo in definitione 7 ante hunc 3 lib. habes definitionem expressam mixti anguli portionis circuli.*

Ad 2. Arcus subtensus metitur angulum rectilineum: inde nihil contra

contra mixtum contactus. Quemadmodum negare non potes angulum semicirculi esse quantitatem, licet eam non metiare arcu subtenso, vt rectilinei anguli quantitatem. &c.

Ad 3. Ea propositio 1 lib. 10 intelligenda est de quantitatum comparatione, quæ habeant inter se proportionem, idest, iuxta definit. 4. lib. 5, quæ multiplicatæ possint se inuicem superare. Angulus contactus, & acutus rectilineus, ex hac 16, nec se possunt æquare, nedum superare. Vide & scholion Clauij ad 1 prop. li. 10.

Anguli acutus, & contactus non habent inter se proportionem.

Ad 4. Euclides def. 1. lib. 6 definit similes figuras rectilineas non solum per æqualitatem angulorum, sed etiam per latera proportionalia circa angulos. Quæ definitio non aptatur figuris curuilineis, vel mixtis. In circulis inæqualibus bisectis, licet sit proportio semiperipheriæ minoris ad minorem circulum eadem, quæ semiperipheriæ maioris ad maiorem, tamen angulus semicirculi maioris maior est angulo semicirculi minoris, quia minus spatij ad rectum angulum superest addendum angulo semicirculi maioris, quam angulo minoris. Præterea ex defin. 11. li. huius 3, similitudo in circulorum portionibus sumenda est non ex æqualitate angulorum mixtorum (quos portionum angulos definit in defin. 7) sed ex æqualitate angulorum rectilineorum in ipsis portionibus; &c. Itaq. nihil ad mixtos angulos, aut contra nos facit. Ac quemadmodum, iuxta hic prædicta, maiores, ac minores sunt maiorum, ac minorum semicirculorum anguli, sic & contactùs. &c.

Anguli cõtactùs non omnes æquales.

§VIII.

SCHOLION V.

Praua aliquorũ illatio ex angulo cõtactùs, quod quantitas constet ex indiuisibilibus, repulsatur. Ad rem recolitur abstractio geometrica.

1 Ex antedictis soluuntur etiam cauillationes eorum, qui ex angulo contactùs arguunt quantitatem constare ex indiuisibi-

uisibilibus. Quid enim? Angulus contactus est minor minimo acuto rectilineo, ergo est indiuisibilis, ergo quot anguli contactus, tot indiuisibilia actu, ex quibus quantitas, &c. Respon. negando consequentiam. non enim quidquid est minus minimo est indiuisibile; nam comparatiuè potest esse minimum, non absolutè; velut angulus contactùs comparatus cum alterius generis angulo, nempe acuto rectilineo est, ex demonstratis in hac 16 propos. minor quidem minimo in infinitum acuto, tamen in se spectatus, in ea etiam minoritate respectu anguli acuti rectilinei, comprehendit spatium (est τόπος, græcè Euclides) & quantitatem diuisibilem per circulorum maiorum minores angulos contactus, si non per minores rectilineos angulos acutos. A sui enim generis angulis angulus quilibet ritè diuiditur; à rectilineo rectilineus, à curuilineo curuilineus, à mixto contactùs mixtus contactùs. non ergo anguli cornicularis contingentiæ indiuisibilitas per rectilineũ arguit absolutam indiuisibilitatem. &c.

Non quidquid est minus alio minimo, est etiã indiuisibile.

Angulus contactus est diuisibilis per alios sui generis.

2 Denique memento semper, mi Tyro, quantitatis geometricæ, non physicæ, idest in purissima illa mentis abstractione, in qua veritates geometricæ regnant. Ac licet fortasse in crassitie quantitatis physicæ locus aliquis esset rectæ lineæ inter tangentem, & curuam circuli superficiem diuidendo angulo contactùs, non officit Geometræ acumina sua non hebetanti inertiâ quantitatis physicæ, sed exuenti in puro lumine abstractionis, in qua per rectam diuidi non posse angulum contactùs iam demonstratum est.

§ IX.

SCHOLION VI.

Reliquæ aliquæ leuitates contra angulum contactùs exuflatæ.

Nõ quia sunt minores recto anguli semicirculi, ideo & æquales inter se.

1 Reliqua aliqua solum proposita suam absurditatem, & solutionem arguunt. Velut: Omnes anguli semicirculi sunt minores recto, ergo omnes sunt æquales inter se,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

ac proinde anguli contactus nec additione quorumlibet semicirculorum crescunt, nec subtractione decrescunt, ideoque non sunt quantitas, quæ incrementa, & decrementa subit. Patent assumptionum, & illationum paralogia, & conclusionum etiam in hpysico sensu falsitas; quas argue ex antepositis in hisce scholijs ad hãc 16. Quibus etiam soluendis vide nos in Apiar. 3 prog. 5 toto. *Sic nec anguli cõtactus licet minores acuto.*

2 *Iosepho Scaligero ex angulo contactùs, & Vietæ ex angulo semicirculi (demonstratis hic, altero quod sit minor omni acuto, altero quod sit maior omni acuto) reprehendentibus Archimedis ratiocinationem in quadratura circuli, habes iam responsiones à nobis ad 4 è definitionibus libri 5. Ex ignorantia enim, vel non perceptà eà definitione malè insimulant Archimedem (ingeniorum phænicem) ignorantiæ logicæ, ac geometricæ.* *Iniquè Archimedes reprehẽsus ex ignorantia defin. 4. li. 5.*

§X.

SCHOLION VII.

Ex prædictis ad 16 prop. hu. lux paradoxis aliquibus angulorum in Apiarijs philosophiæ Mathematicæ.

POst prædicta exposita intelliges, opinor, alia paradoxa è nostris Apiarijs, quasi corollaria inopinata; scilicet.

1 *Angulus recto maior, nec superans rectum vel minimà quantitate anguli acuti.*

2 *Angulus recto æqualis, qui compositus est ex angulo, qui minor est recto, & ex angulo, qui minor est omni acuto.*

3 *In angulis extrema cõueniunt, media, licet cõposita ex extremis, non conueniunt cum extremis.*

4 *Extrema sine medijs iuxta se posita, vt transitus fiat ab extremo ad extremum sine medio.*

5 *Infiniti anguli contactùs simul sumpti non possunt æquare quantitatem minimi anguli rectilinei. Vide expositiones, figuras, &*

demon-

demonstrationes prædictorum paradoxorum ex angulo contactus in citato prog. 5 toto Apiarij tertij, vt, si publicus es Doctor, auditoribus iucundam parias admirationem, & hanc 16 prop. ornes.

§XI.

SCHOLION VIII.

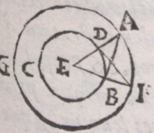
Pro nostra Methodo.

Ex antecedentibus habes vnde videas, amice Lector (quemadmodum & alibi in anteced. vidisti) quàm rectè instituerimus methodum nostram geometricam, in qua præponimus tertio librum sextum cum definitionibus quinti. Nam non satis rectè possunt explicari ea, quæ ad angulum contactûs pertinent in hoc li. 3. & solui obiecta sine cognitione, & expositione definitionis 4 libri quinti, ex qua deducitur ratio cur angulus acutus rectilineus quantumuis imminutus non possit æquare angulum contingentiæ; quia scilicet inter duo illa genera angulorum non est proportio. Clauius ipse dum respondet Peletario cogitur anticipare aliqua nondum explicata, & ex 4 (quæ 5 apud eum est) definitione libri quinti. In quam anticipationem nos non incidimus in nostra methodo, quæ habet eam 4 definitionem expositam ante 3 hunc librum.

Comparationes etiam maioris, vel minoris inæqualitatis proportionum inter angulum acutum, rectum, & semicirculi, de quibus ad hanc 16, in § 2, requirunt ante se libros 5. & 6. &c.

Propoſ. XVII. Probl. II.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.



ESto punctum datum A, circulus datus BCD Oporteat autem ex puncto A rectam ducere, quę circulum BCD tangat. Accipiatur centrum circuli E, ducaturque AE, & centro E, interuallo EA deſcribatur circulus AFG, & ex D rectæ EA ad [a] angulos rectos ducatur DF, iunganturque EBF, AB. Dico à puncto A rectam AB ductam eſſe; quæ circulum BCD tangat. Cùm enim E centrum ſit circulorum BCD, AFG, [b] erunt tam EA, EF, quàm ED, EB æquales: duæ ergo AE, EB duabus FE, ED æquales ſunt, habentque angulum E communem: [c] erit igitur baſis DF baſi AB æqualis, & triangulum DEF, triangulo EBA æquale, reliquiq; anguli reliquis: eſt igitur ipſi EDF æqualis EBA: at EDF rectus eſt, erit igitur & EBA rectus. Eſt verò EB ex centro: [d] quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea tangit circulum: tangit ergo AB circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *propoſ.* 11.1.

b *defin.* 15.1.

c *propoſ.* 4.1.

d *Corol. prop.* 16. 3.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

SCHOLIA.

I.
Ouiformis figuræ descriptio.

Ex hac 17 propos. & ad hanc scholijs (traductis ad contactum curuæ circulis, &c.) habes praxim demonstratam describendæ ouiformis figuræ in Apiar. 3. prog. 10, Propos. 13. Eius figuræ vsus in varijs artibus est. Iucunda aliqua praxi per arcus circulorum maiorum tangentiũ minores leuatur, si quod subrepat, tædium Tyronibus.

II.
Opes geometricæ, ac praxis ditandis, & exercendis contactibus rectarum ad circulos, indicatæ.

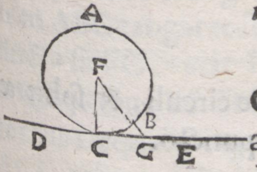
Vide ad eos contactus ditandos Marinum Ghetaldum in supplemento Apollonij probl. 3, & Io. Baptistam Benedictum in Epistol. ad Petrum Pizzamanum. Magis verò propriè spectant ad hanc 17 Euclid. (quæ est de recta tangente) ea, quæ habet Cardanus de recta ad contactum duorum circulorum, & c. ac sunt in Schol. Clauij. Ex quibus Authoribus habet Geometricus Doctor vnde praxibus iucundis condiat hanc 17 suis Auditoribus.

III.
Tangentem ad circulum, aliter. &c.

Aliter nos, ac facillimè vnica circini diductione tangentem ducimus ad circuli punctum in peripheria. To. 1. hu. Ær. ad prop. 32, in Schol. sub § 18; cum vsu propos. 31 hu. sed sine anticipatione. Vise illuc.

Propos. XVIII. Theor. XVI.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



TAngat recta quædam DE circulũ ABC in C, sumaturque centrum F, atque ab F ad C ducatur FC. Dico FC ad DE perpendicularem esse. Si non, ducatur ab F ad DE perpendicularis FG. Cùm ergo angulus FGC rectus sit, [a] erit GCF acutus: [b] cùmq; maiori angulo maius latus subtendatur, erit linea FC maior, quàm FG. Est verò FC [c] æqualis ipsi FB; maior est ergo FB, quàm FG, minor maiore, quod est absurdum: non ergo FG ad DE perpendicularis est. Similiter ostendemus præter FC nullam aliam: FC ergo ad DE est perpendicularis. Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonstrare.

a propos. 32.1.
b propos. 19.1.
c def. 15

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

SCHOLIA.

I.

HÆc 18 propositio videtur patère ex corollario propos. 16. Si enim ducta ad extremum diametri ad angulos rectos tangens est, ergo ducta à centro, idest semidiameter, ad tangentem, & ad punctum contactùs, est & ipsa perpendicularis, hoc est ad angulos rectos, &c.

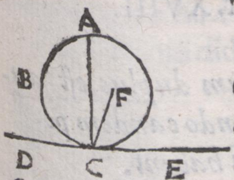
II.

Confirmatio geometrica de circuli, & sphæræ contactibus in puncto.

HInc, iuxta dicta ad 2. huius, patet demonstratio de circulo, & sphærà tangentibus lineam, & planũ in vno tantum puncto. Si enim in duobus, vel pluribus; ductæ à centro ad puncta contactùs essent, ex hac 18, perpendiculares; & à puncto eodem, idest centro, plures duci possent perpendiculares, & constitui triangula habentia tres internos angulos maiores 2 rectis. Quæ sũt absurda, vt habes à nobis in 1. Io. & in hoc 2. hu. Aerarij.

Propos. XIX. Theor. XVII.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quædam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.



Tangat circulum ABC recta DE in C, & ex C ipsi DE ad angulos rectos ducatur CA. Dico in CA esse centrum circuli. Si non: sit, si fieri potest, F, iungaturq́; CF. Cùm ergo circulum ABC tangat recta DE, & à centro ad tactũ ducta sit FC, [a] erit FC ad DE perpendicularis: angulus ergo FCE rectus est: est verò & ACE rectus: æqualis ergo est angulus FCE angulo ACE, minor maiori; quod est absurdum. F ergo centrum circuli ABC nõ est. Similiter ostendemus nullum aliud esse, præter id quod in AC. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

a propos. 18.3.

SCHOLION.

Praxis alia inueniendi centri in circulo.

Habes ex hac 19 modũ, & praxim aliam inueniendi centri in dato circulo, præter modos ad primam huius; cum vsibus 17 propos. & Schol. ad eam. Bifariata perpendicularis ducta ad punctum contactùs dat centrum circuli.

Pro-

Propos. XX. Theor. XVIII.

In circulo angulus ad centrum duplus est anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro basi habent.

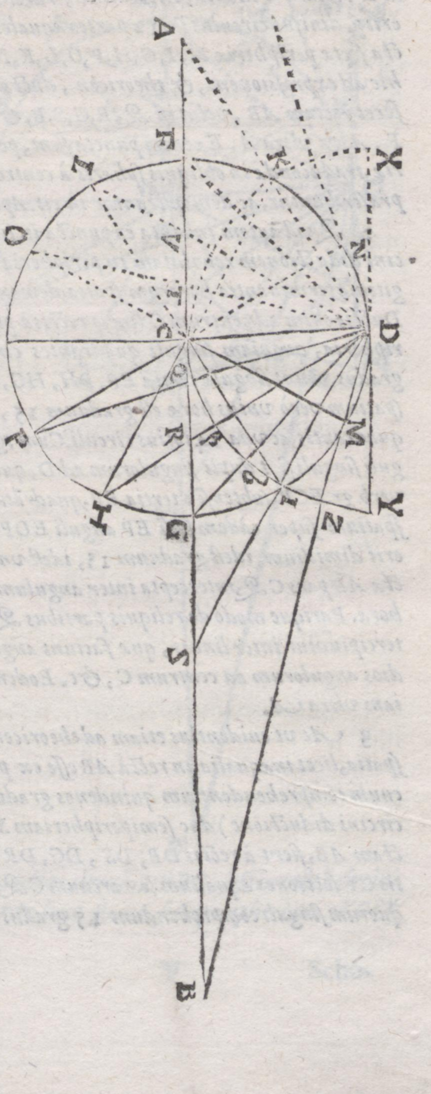
ESto in circulo ABC angulus ad centrum BEC, ad peripheriam BAC, sitq; vtriusq; basis peripheria BC. Dico angulum BEC duplum esse anguli BAC: iuncta enim AE producatur in F. Cùm [a] ergo EA æqualis sit ipsi EB, erit & angulus EAB æqualis angulo EBA. Sunt ergo EAB, EBA dupli ipsius EAB: est [b] autem BEF æqualis duobus EAB, EBA. Est ergo BEF duplus ipsius EAB. Ob eandem causam est angulus FEC duplus anguli EAC: totus ergo BEC totius BAC duplus est. Sit alter angulus BDC, iunctaque DE producatur in G; & similiter demonstrabimus angulum GEC duplum esse anguli EDC: quorum GEB duplus est ipsius EDB; reliquus ergo BEC duplus erit reliqui BDC. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a defin. 15.1.

b propos. 32.1.

§ I.

Vsus prop. 20 hu. in demonstratione praxis, qua vnicâ circini diductione horariũ construitur.



VSus singularis huius 20 prop. apud nos est (præsertim in cap. 5 prog. 1, Ap. 9) in descriptione horarij horizontalis vnica circini diductione, qua punctа inueniũtur in linea Aequinoctiali AB, per quæ deducũtur lineæ horariæ cuiuscunq; generis.

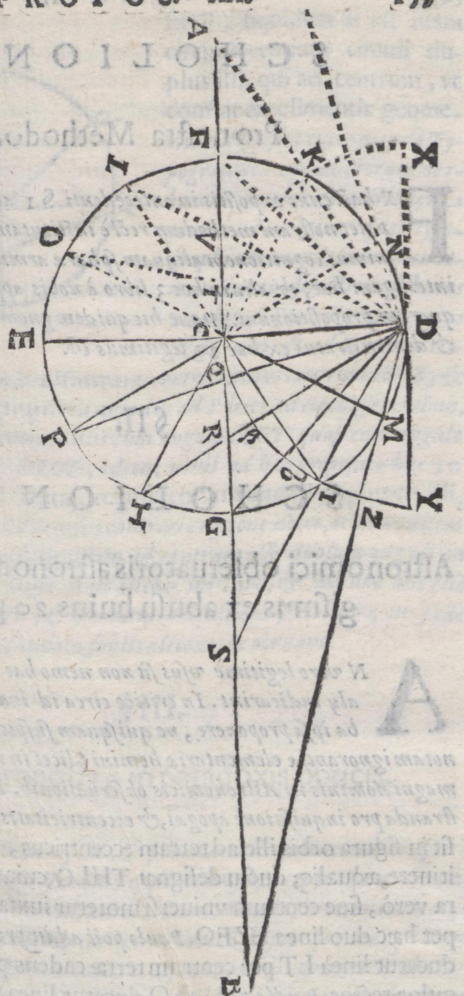
Hìc & in appos. fig. & in modo operãdi lubet expressiora, quàm in cit. cap. 5, apponere, in quibus apertissima apparet demonstratio ex hac 20 tã singularis, ac per utilis operationis.

Ducta sit pro Aequinoctiali recta AB, quam ad re-

rectos in C secet altera DE. Sumptà circini diductione lubità, velut ad interuallum CD, describatur circa centrum C circulus DEFG. & immotà eàdem circini diductione, ab extremo diametri, velut ab E, fiant sectiones in H, ex H in I, rursùs ex E in L, ex L in K, item è G in M, ex M in N, rursùs è G in P, è P in O. eritq; diuisus circulus in 12 partes æquales. Mox ex D per puncta sectæ peripheriæ M, I, G, H, P, O, L, K, N aptatà regulà (pro quà hìc ad expressionem, & theoricen, ductæ sunt rectæ) vide vbi ea secet rectam AB, velut in Q, R, G, S, B, & ex altera parte in T, V, F, A, & vltra A. Ea enim puncta sunt, per quæ erunt lineæ horariæ traducendæ in obliquis sphæris à centro horarij, iuxta ea, quæ præscribuntur, ac demonstrantur in cit. Apiar. 9. Prog. 4. c. 1, 2, 5.

2 Quod autem inuenta ea puncta in lineà AB per vnicam circini diductionem reuolutam in peripheria DFEG, sint puncta legitima terminantia horarum spatia, demonstratur ex hac 20 prop. Ductis enim ad centrum C lineis rectis à punctis sectionum in peripheria, quoniam singuli quadrantes circuli diuiduntur in 90 gradus, erunt singulæ tertiæ EP, PH, HG, GI, IM graduum 30, spatium verò vnius horæ est graduum 15, nempe vna sexta pars quadrantis, ac vna 24 totius circuli. Cùm igitur ad centrum C anguli singuli sint dupli singulorum ad D, quoniam spatium anguli, verb. gr. ECP, subtensi a tertia EP, quadrãtis EG, est grad. 30, ergo spatium super eàdem basi EP anguli EDP ad circunferentiam, erit dimidium, idest graduum 15, idest vnius horæ, ac proinde rectæ AB pars CQ intercepta inter angulum EDP, erit spatiũ vnius horæ. Parique modo de reliquis partibus QR, RG, GS, SB, quæ intercipiuntur inter lineas, quæ faciunt angulos ad D semper dimidios angulorum ad centrum C, &c. Eodemque modo ad partes etiam vltra A.

3 Ac vt euidentius etiam ad theoricen tibi constet, mi Tyro, spatia, licet inæqualia, in rectà AB esse ex proiecturis æqualium arcuum comprehendentium quindenos gradus, ex D (immotà eàdem circini diductione) duc semiperipheriam XCY tangentem in C rectam AB, fient à rectis DB, DS, DG, DR, DQ in arcu quadrantis CY sectiones æqualium sex arcuum CQ, Qβ, Bδ, δι, IZ, ZY, quorum singuli comprehendunt 15 gradus, ijq; arcus æquales optice



ticè proijciuntur ex D in spatia inæqualia subiecta CQ, QR RG, GS, SB, arcus tamen extremus ZY, propter DY parallelam ipsi AB, it in infinitum vltra B. Pariq́; ratione fit in arcubus sex æqualibus quadrātis CKX ꝓiectis in inæqualia spatia rectæ CA, & vltra A. Quare semiperipheriā Æquinoctialis XKCδY vides proiectam in rectā B vltra A, & inæqualiter ꝑ pūctis horarū ritè diuisam tā ex 12 æqualibus arculus semipheriæ XKCδY, quàm ex duplo maioribꝰ, ac æqualibus 12 arcubus totius circuli DFEG, sectis vnicà circini diductione, quà vnicà non licet secare semiperipheriam XKCδY in 12 arcus æquales.

SCHOLION I.

Pro nostra Methodo.

E*x hactenus expositis in antecedenti* § 1 *ad hanc* 20 *propos. patet nostram methodum rectè institutam, in qua interposuimus cognitionem aliquam sphæræ armillaris, vt Tyrones intelligant hæc, & alia in hoc* 3 *libro à nobis applicata vsibus aliquarum propositionum. Atque hic quidem gnomonicus explicatus, & demonstratus ex hac* 20 *legitimus est.*

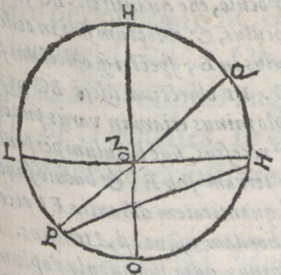
§ II.

SCHOLION II.

Astronomici obseruatoris astronomicus paralogismus ex abusu huius 20 prop.

A*N vero legitimè vsus sit non nemo hac* 20 *propositione alij iudicarint. In critico circa id iudicio satis erit verba ipsa proponere, ne quisquam suspicetur nos imponere notam ignorantiæ elementariæ homini (licet in religione sectario) magni nominis in Astronomicis obseruationib. Is in praxi demonstranda pro inquisitione apogæi, & eccentricitatis solaris, sic scribit:* sit in figura orbis ille ad terram eccentricus, quem sol annuo itinere, æqualiq; ductu designat THLO, cuius centrum Z. Terra verò, siue centrum vniuersi moretur iuxta E, ducaturque per hæc duo linea HZEO. *Paulo post addit pro constructione:* ducatur linea LT per centrum terræ cadens priori HO ad angulos rectos. *Paullo post:* ab Q ducatur linea per E in P, quæ sit QEP, connectaturq; P per lineam PT. *Hactenus constructio. Deinde addit:* Dimidium arcus RT efficit angulum QPT, siue EPT,

EPT, siquidem is est iuxta circunferentiam circuli duplus illi, qui ad centrum, vt constat ex elimentis geometricis. *Quæsiui inter menda Typographica: prædictorum verborum nullam correctionem inueni. Nos igitur quasi typographiam mendosam emendemus, iuxta directionem huius 20 propos. Euclidis.* I. *Angulus QET non est ad centrum circuli HLOT per constructionem eccentrici, cuius centrum est Z, & E extra centrum, propterea angulus ad P licet ad circunferentiam, non est legitime comparatus cum angulo QET quasi cum angulo ad centrum circuli HLOT, ideoq; nihil ad hæc propositio hæc 20 II. Non qui* est iuxta circunferentiam circuli duplus est illi, qui ad centrum, *sed prorsus contraria ratione docet, ac demonstrat hæc 20 propos. Eucl. angulum ad centrum esse duplum anguli ad circunferentiam. Disce malo alieno, mi Tyro, & caue sine alis ritè geometricè formatis, & firmatis te ad altiora sustolias, ne fœdè corruas, & male fundatæ substractiones te obruant.*



§III.

Vsus propos. 20 in paradoxis opticis.

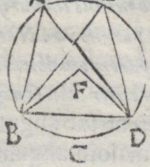
A*Ccipe etiam vsum, & praxim nostram iucundam opticā figuræ ipsi Euclidis applicatam, scilicet modum certum, & facilem videndi obiectum idem duplo minus in varijs punctis etiam accedendo, ac recedendo. Quæ sunt paradoxa. Nam varia puncta videntur variatura quantitatem apparentem obiecti, & accessus aucturus, recessus imminuturus apparenter obiectum; iuxta optica principia:* Remotiora, quia apparent sub angulo minori, videntur minora; viciniora, quia sub maiore angulo,

Remotiora, & viciniora apparentia eiusdem quantitatis.

maiora. &c. *Inspice tamen figuram Eucl. in hac 20 propositione, ac finge obiectum, quod opponitur oculo, esse quantitatis BC eleuatum ita, vt oculus, & obiectum sint in eodem plano. sit oculus in E, spectetq́; obiectum sub angulo BEC. Vt obiectum idem BC appareat tibi duplo minus etiam in varijs punctis accessus, & recessus, fige baculum perpendiculariter in terram sub E, & baculo funem affige. Ad quantitatem distantiæ EF recede in directum vsque ad A, manu chordam vsque ad A tendens. In A obiectum BC apparebit duplo minus, quia sub angulo duplo minore, quam angulus ad centrum E, videbitur. Deinde eadem semper chordæ quantitate EA tensa ito in orbem vtrimq́; recedendo ab A, velut in D, vbi, licet accedas obliquè ad partes C obiecti BC, tamen videbitur eiusdem quantitatis, cuius videbatur in A, ac pariter in quocunque situ orbiculari aspexeris BC nusquam auctius, vel imminutius apparebit, quia semper apparet sub angulo ad circunferentiam duplo minore, quàm angulus ad centrum. Contraria etiam ratione, immoto oculo, verbigratia in A, & obiecto chordæ affixo, & circumducto, etiam si accedat oculo, non apparebit tamen auctius, &c.*

Propos. XXI. Theor. XIX.

In circulo qui in eadem portione sunt anguli, æquales sunt.



SInt in portione BAED circuli ABCD anguli BAD, BED. Dico illos æquales esse. Accipiatur cētrum F, ducanturq; BF, FD. Et quia angulus BFD ad centrum est, angu-

lus

lus BAD ad peripheriam, habentq; basim eandem peripheriam BCD, [a] erit angulus BFD duplus anguli BAD. Ob eandem causam erit angulus BFD duplus anguli BED. Sunt ergo BAD, BED æquales. In circulo ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a propos. 20.3.

SCHOLION I.

EX defin. 11 ante hunc lib. & ex nostris ad eam scholijs confirmatorijs, non solum in eodem (vt in hac 21 proposit. demonstratur) sed etiam in similibus circulorum portionibus anguli sunt æquales. Quæ est conuersa nostræ demonstrationis ad eam definitionem.

§ I.

VSVS propos. 21 –

– In instrumento ad arcus quantumuis maximos ducendos, sine centro, pro varijs operationibus Astrolabicis, Gnomonicis, &c.

HAbes vsum, & praxim ex hac 21 demonstratam circa id instrumentum, cuius figuram posuimus in § 9 ad defin. 15, in 1 To. hu. Aera. quo instrumento signantur arcus cuiuslibet circuli quantumuis maximi, cuius centrum, & semidiameter sint immensæ distãtiæ, pro aliquibus operationibus Astronomicis, vel Gnomonicis, &c. de quibus dictum est initio citati § 9. Nititur enim id instrumentum, & eius operatio demonstratione, quòd arcus eo instrumento ductus sit circularis, quia continet in-

omni-

omnibus sui punctis eundem angulum immotum, ac firmatum ab instrumenti regulis, &c. Reuise illuc.

§ II.

Vsus propos. 21 in Geom. practicà.

V*Sus in geometrià practicà apud nos, pro inaccessis distantijs tribus simul dimetiendis, est in Apiar. 12, progym. 1. propos. 7. Vide, & hìc applica, & Tyrones eà operatione instrue, o Doctor geometra, vt iucundè obtineant hanc 21 propos.*

§ III.

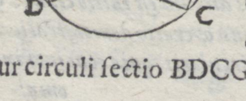
Vsus propos. 21 in optico paradoxo.

V*Sum, & applicationem opticam iucundam huius 22 propositionis habes apud Euclidem Opticorum theor. 45. Vnde potius, tanquam à supremo, atq; antiquissimo fonte, quam à posterioribus Opticis Philosophis haurire libuit, vt ipsemet Euclides sibi sit hìc ornamento, & condimento.*

Igitur theor. 45 est.

Theorema Opticum.

Est aliquis locus, vbi aspectabili manente, oculo verò translato, aspectabile semper æquale videtur.



SIt enim spectata magnitudo BG, oculus autem C à quo procedant radij CB, CG, & circa triangulum BCG describatur circuli sectio BDCG; transferaturq; oculus à puncto C in

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

in punctum D, ex quo ducantur radij DB, DG; æqualis est igitur angulus BCG angulo GDB, cùm sint in eodem segmento circuli. Quæ autem sub æqualibus angulis conspiciuntur æqualia apparent. Quare magnitudo BG eiusdem quantitatis perpetuò apparet oculo per BDCG circumferentiam vectato.

SCHOLION II.

Memento propositiones has duas 20, & 21 esse in Schol. 2 post § 16 ad 4 propos. in 1 par. Tomi 2 iam deductas, & ex 32 pri. demonstratas. Quare cognitio earum (quæ vsibus pluribus prodest) potuit inferri Tyronibus etiam ante li. 3, cuius propositionibus antecedentibus non egent.

§ IV.

Moralia ad 21 propos.

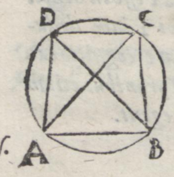
Morale solatium accipe ab hac geometrica 21. Si quando accidat in cœtibus politicis (præsertim ijs, qui instituti sunt legibus non humanis, sed diuinis, iuxta quas iura aliqua etiam naturalia in distributiua iustitia, ob diuini Numinis reuerentiam, remittuntur) summam æqualitatem (quæ iuxta Plinij sententiam in Panegyr. ad Traianum, summa inæqualitas est) seruari à parum prudenter publicam rem administrantibus; ij, quibus fit iniuria contra iustitiam distributiuam, meminerint se esse cum cæteris quasi in eodem segmento eiusdem familiæ, seq; geometricè, licet fortasse non benè moratè, tractari, iuxta hic demonstrata de eodem segmento, in quo anguli omnes, quasi homines sunt in victu, pœnis, præmijs (si quæ tamen sint) æquales; cùm tamen in segmento cœli supremi vel ipsimet Angeli (si non anguli) sint inæquales, ac distincti hierarchijs, &c.

Solatiũ morale à Geometrica Philosophia in iniustitia distributiuã.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propoſ. XXII. Theor. XX.

Quadrilaterorum in circulo deſcriptorum anguli, qui ex aduerſo, duobus rectis æquales ſunt.



SIt in circulo ABCD quadrilaterum ABCD. Dico angulos ex aduerſo eſſe æquales duobus rectis. Ducantur AC, BD. [a] Quia ergo omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales, erunt & trianguli ABC tres CAB, ABC, BCA duobus rectis æquales. Eſt autem CAB [b] æqualis BDC angulo (ſunt enim in eadem portione BADC) & ACB ipſi ADB (ſunt enim in portione ADCB): totus ergo ADC duobus BAC, ACB æqualis eſt. Communis addatur ABC duobus BAC, ACB ſimul, & vni ADC ſeorſim, eruntque ABC, BAC, ACB duobus ABC, ADC æquales. [c] Sed ABC, BAC, ACB æquales ſunt duobus rectis, erunt ergo & ABC, ADC æquales duobus rectis. Similiter oſtẽdemus & BAD, DCB æquales eſſe duobus rectis. Quadrilaterorum ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a propoſ. 32.1.

b propoſ. 21.1.

c propoſ. 23.1.

Propos. XXIII. Theor. XXI.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones similes, & inæquales ad easdem partes non constituentur.

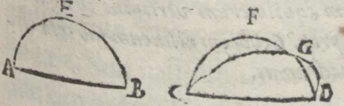
SI fieri potest, constituantur super eadem recta AB duę circulorum portiones similes, & inæquales ad easdem partes, ACB, ADB; ductaq; ACD iungantur CB, BD. Cùm ergo portio ACB similis sit portioni ADB, *a* similes autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli ACB, ADB, æquales, externus & internus oppositus, *b* quod fieri nequit. Non ergo super eadem, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *defin.* 11.3.

b *propos.* 16.1.

Propos. XXIV. Theor. XXII.

Super æqualibus rectis lineis similes circulorum portiones, æquales sunt.



SInt super ęqualibus rectis AB, CD similes circulorum portiones AEB, CFD. Dico illas esse æquales. Congruente enim portione AEB por-

tioni CFD, positoq; A puncto super C, & rectà AB super CD, congruet & B ipsi D, quod AB, CD æquales sint. Congruente autem recta AB rectæ CD, congruet & portio AEB portioni CFD. Quod si recta quidem AB congruat rectæ CD, portio verò AEB portioni CFD non congruat, sed aliò cadat, vt CGD, secabit circulus circulum in pluribus, quàm duobus locis, vt in C,G,D,[a] quod fieri nequit. Non ergo congruēte recta AB rectæ CD, non congruet portio AEB portioni CFD. Congruet ergo, [b] adeoq; æqualis illi erit. Si ergo super, &c. Quod oportuit demonstrare.

a propos. 10.3.

b defin. 8.1.

SCHOLION.

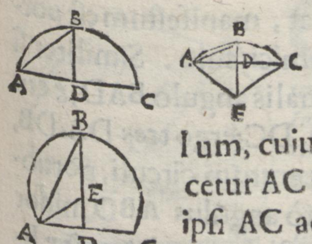
Vsus Geometrici prop. 24 circa curuilinea.

H*Abes 24 propositionis vsum iucundum, & facilem, quem Tyronibus ostendas, vertendi curuilinea aliqua in rectilinea, & rectilinea in mixtilinea, Apiar. 1. prælib. 3. propositione 1, vbi triangulum æquilaterum vertimus in figuram mixtilineam falcatam, & 16 prop. 6, vbi curuilineum sub tota circuli peripheria semifractà quadramus.*

Pro-

Propos. XXV. Probl. III.

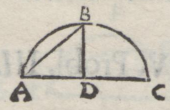
Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.



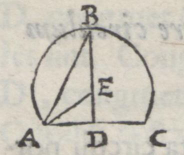
SIt data circuli portio ABC, oporteatque describere circulum, cuius ABC sit portio. *a* Bisecetur AC in D, & ex D *b* ducatur ipsi AC ad angulos rectos DB, iungaturq; AB. Angulus ergo ADB angulo BAD aut est maior, aut æqualis, aut minor. Sit primo maior, *c* constituaturque ad A rectæ AB angulus BAE æqualis angulo ABD, producaturque DB ad E, & iungatur EC. Cùm itaque angulus ABE sit æqualis angulo BAE, *d* erit & EB æqualis ipsi AE, & cùm AD æqualis sit ipsi DC, si communis DE addatur, erunt duæ AD, DE duabus CD, DE æquales, altera alteri; & angulus ADE angulo CDE æqualis, est enim vterque rectus; *e* ergo & basis AE basi CE æqualis erit. Sed ipsi AE demonstrata est BE æqualis; erit ergo & BE æqualis ipsi CE: tres ergo AE, EB, EC æquales sunt: *f* circulus ergo centro E, & interuallo vna ipsarum AE, EB, EC descriptus,

a propos. 10.1.
b propos. 11.
c propos. 23.1.
d propos. 6.1.
e propos. 4.1.
f propos. 9.3.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3



transibit etiam per reliqua portionis pũcta, & circulus descriptus



erit. Circuli ergo portione data, descriptus, est circulus, cuius est portio; & cùm centrũ extra portionẽ cadat, manifestum est portionem minorem esse semicirculo. Similiter si ABD angulus fuerit æqualis angulo BAD, *g* erit AD æqualis vtrique BD, DC; ergo tres DA, DB, DC æquales sunt, & D centrum circuli, portioque semicirculus. Si verò angulus ABD minor fuerit angulo BAD, *h* constituatur ad A rectæ BA angulus BAE æqualis angulo ABD, cadetque centrum in DB lineam intra portionem ABC, & erit portio ABC semicirculo maior. Si ergo ducatur EC, ostendetur, vt in prima figura, tres BE, EA, EC esse æquales. Data ergo portione circuli, descriptus est circulus, cuius est portio; quod oportuit facere.

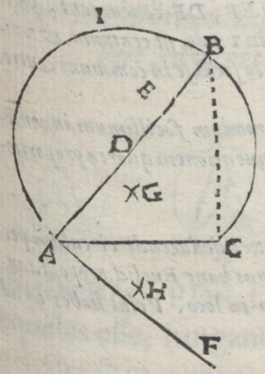
g ex structura, ex prop. 6.1.

h propos. 23.1.

§ I.

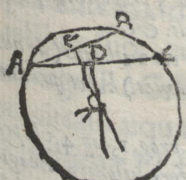
LEMMA.

Vnius circuli vnicum tantum est centrum.



Circuli AIBC centrum sit D Quod vnicũ esse affirmo. Sit, per aduersarium, præter D, alterum centrum velut in E. Iungantur D, E rectâ AB. Quoniã centrum est D, erunt AD, DB æquales, iuxta definitionem centri, & circuli. Rursus quoniam, per aduersarium, etiam E centrum est, erunt per eandem definitionem, AE, EB, æquales; at EB pars est ipsius AE. Nam EB pars est ipsius DB, DB est æqualis ipsi DA, ergo EB est pars ipsius DA, & DA est pars ipsius AE, ergo multo magis eiusdem AE pars est ipsa EB. sunt ergo AE, EB æquales, & inæquales; quod implicat. ergo centrum non est nisi vnicum D. Similiter de alÿs punctis extra D.

Dati segmenti ABC centrum reperire.



Dvctæ rectæ AB, AC, quæ non sunt parallelæ, secetur bifariam in D, E, & ex D, E erigantur perpendiculares DF, EF, in quibus necessario existit centrum circuli, per corollar. primæ huius, nimirum in communi concursu F. Eodem modo describitur circulus per quælibet

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

bet alia tria puncta A, B, C, vel etiam circa triangulum, dummodo puncta non existant in vnà lineà rectà. *Griembergerus in suo Euclide.*

SCHOLIA.

I.

QVod productæ perpendiculares EF, DF concurrant, patet ex præmisso lẽmate. Cum. n. in vtraq; sit centrum, & vnicũ sit eiusdem circuli, necessario secãt se in communi centro.

II.

Vide inferius ad 31 huius alium modum facillimum inueniẽdi, & demonstrandi hanc 25 per inuentionem quartæ proportionales.

III.

Habes ex hac 25 demonstratas praxes deducendi circulum per tria puncta, si quando in ijs supposuimus hanc Euclid. proposit. tanquam lemma postuidendum hic suo in loco. Velut habes in ad 16, 17, &c. lib. 6.

§II.

Vsus varij propos. 25.

Per data tria puncta ducere arcũ circuli, &c.

1 *IVcundandæ Tyronibus huic 25 propositioni faciet ostensio praxeωn apud alios satis vulgatarum, præsertim apud Clauium in Schol. ad hanc 25, & ad 5 propos. li. 4, quibus per data tria puncta ducitur peripheria circuli. &c.*

2 *Pariter instrumenti vsus demonstratus ex 21 huius (de quo instrumento in Schol. 2 ad eam propos. 21 in antec.) habet praxim pro hac 25 prop.*

3 *Vsum etiam habes apud nos in Apiar. 5 prog. 1, cap. 4, vbi per puncta ducimus portiones circulorum pro deformationibus imaginum reformatarum in speculis cylindricis. Vnde promas Tyronibus iucundantia hic Euclidem.*

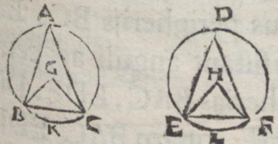
4 *Præ-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

4 *Præterea indicetur vsus etiam huius 25 pro arcubus horarũ in quadrante ducendis per tria puncta, duo extrema Tropicorum, & medium in Aequinoctiali. Vide eos, qui docent eorum horariorum descriptiones, iu primis Clauium in postremo lib. Gnomon.*

Propos. XXVI. Theor. XXIII.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripherijs insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.



IN circulis æqualibus ABC, DEF æquales insistant anguli ad contra BGC, EHF ad peripherias BAC, EDF. Dico peripherias BKC, ELF æquales esse. Iungantur BC, EF. Et quia circuli æquales sunt, [a] erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo BG, GC duabus EH, HF æquales sunt: sed & anguli G, H æquales sunt: [b] ergo & bases BC, EF æquales erunt. Et quia anguli ad A, D æquales ponuntur, [c] erunt portiones BAC, EDF similes, & sunt in æqualibus rectis BC, EF; [d] quæ autem circulorum portiones similes in æqualibus sunt rectis lineis, æquales sunt: portiones, ergo BAC, EDF æquales sunt. Sunt verò & toti circuli æquales, reliqua ergo peripheria BKC reliquæ ELF æqualis est. In ęqualibus ergo, &c. Quod demonstrare oportuit.

a *defin.* 1.3.
b *propos.* 4.1.
c *propos.* 11.3.
d *propos.* 24.1.

Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propos. XXVII. Theor. XXIV.

In æqualibus circulis anguli, qui æqualibus insistunt peripherijs, æquales sunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN æqualibus circulis ABC, DEF æqualibus peripherijs BC, EF insistant anguli ad centra BGC, EHF, ad peripherias BAC, EDF. Dico tam angulos BGC, EHF, quàm BAC, EDF æquales esse. Si enim BGC, EHF æquales sunt,
a propos. 20.1. [a] perspicuum est & BAC, EDF æquales esse. Si
b propos. 23.1. non sunt; erit vnus maior. Sit maior BGC: & [b] constituatur ad punctum G rectæ BG angulus
c propos. 26.3. BGK æqualis angulo EHF: [c] anguli autẽ æquales æqualibus peripherijs insistunt, cum sunt ad centra: peripheria ergo BK æqualis erit peripheriæ EF: sed & EF æqualis est BC; ergo & ipsi BC æqualis erit BK, minor maiori; quod fieri non potest. Non ergo anguli BGC, EHF inæquales
d propos. 20.3 sunt: æquales ergo. [d] Estque angulus ad A anguli BGC, & angulus ad D anguli EHF dimidius.
e ax. 7. 1. [e] Sunt ergo & anguli ad A, D æquales. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonst.

§ 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§I.

SCHOLION I.

Ampliationes propos. 26, 27.

ETiam in circulis non æqualibus æquales anguli similibus peripherijs insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant. *Et*: in non æqualibus circulis anguli, qui similibus insistunt peripherijs æquales sunt siue ad centra, siue ad peripherias insistant. *Quas duas nostras propositiones ampliatorias duarum harum Euclidearũ 26, & 27, demonstratas habes in Scholijs nostris ad definit. 11 huius.*

§II.

Alia apud nos Corollaria ex prop. 27 hu.

P*Rædictis adde & sequentia apud nos corallaria, quæ aliqui alij aliter demonstrant cum necessitate antecedentium propositionum huius li. 3, in primis 22 propos.*

I.

Si à circulis detrahãtur similia segmenta, reliqua etiam segmẽta erunt similia. Sic & de arculus. *Reponatur hic fig. propos. 26. Detractis enim arcubus (quos finge esse circulorum inæqualium, & pro æqualibus esse similes) BC, EF, quoniam remanent æquales anguli A, & D in reliquis segmentis, ergo per def. 11, & nostra ad eam scholia, arcus BAC, EDC sunt etiam similes; & contra, detractis BAC, EDF, arcus CKB, ELF sunt similes; ac etiam quia anguli æquales ad centra G, H illis insistunt.* *Theorema I.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

II.

Theorema II. Si duo, vel plures circuli sint concentrici, & ex communi centro ducantur quotlibet communes semidiametri, arcus inter eas intercepti erunt similes. *Quæ propositio demõstrata est à nobis & in § 10 ad 9 propos. lib. 6, & in scholijs nostris ad 11 defin. hu. Estq; hoc theorema magni momenti pro problematibus præcipuis in vniuersa Astronomia.*

SCHOLION II.

Problema. E*X 27 element. propositione, & nostra ampliatione habes demonstrationem praxeos vsurpatæ ab Apollonio circa problema:* Dato angulo æqualem ad datam rectam angulum cõstituere, *apud nos in § 1, & 2 ad prop. 23 lib. 1. illuc vise, & appone fini § 2, præter ibi citata Clauiana, etiam nostra ad defin. 11 huius, schol. 2. Ex quibus, & hic ab Euclide positis constituitur dato angulo ad datæ punctum angulus æqualis, etiam per inæqualium segmentorum interualla. Aequalibus enim, aut saltem similibus segmentis insistentes anguli sunt æquales A, & D in figuris, quas vide in cit. § 1, & 2 ad 23. pri.*

SCHOLION III.

E*X eadem 27 habes demonstrationem praxeos ducendarum parallelarum, quam dedimus in to. 1. huius Aerarij ad propos. 31, § 8. Operationem, & figuram inibi vide. &c.*

§ III.

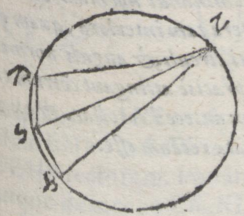
Vsus opticus propos. 27.

V*Sum propositionis hic 27 opticum, nec sine paradoxo, habe ab Eucl. Optic. theor. 44, vbi obiectum idem, licet ab oculo modò remotum, modò propius oculo admotum, tamen semper eiusdem apparet quantitatis.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Est locus, vbi manente oculo, res spectata è loco in locum mutata, æqualis semper apparet.

Theorema Opticum.



Sit spectata magnitudo BG, oculus autē Z. à quo procedant radij BZ, GZ efficiētes triangulum BZG, circa quem describatur circulus BGPZ. dico magnitudinem BG trāslatam in quemlibet locum circumferentiæ circuli, eiusdem quantitatis semper apparere. Transferatur enim BG magnitudo in GP, & conectatur recta PZ. æqualis igitur est circumferentia BG, circumferētiæ GP, ob idq; æqualis est angulus GZB angulo GZP quæ autem sub æqualibus angulis cernuntur æqualia apparent, æqualis ergo apparet GB ipsi GP.

§ IV.

Corollarium de angulo recto, qui insistit quadranti, & — Praxis normæ examinandæ.

I.

Quasi corollarij loco deducitur ex 27 angulum, qui insistit quadranti, esse rectum. Nam si fingas in 2 fig. propositionis 27 Eucl. esse quadrantem EF, idest quartam partem peripheriæ totius circuli diuisæ in quatuor æquales partes, etiam anguli ad centrum insistentes erunt & ipsi quatuor inter se æquales, hoc est singuli singulis quadrantibus insistentes erunt re-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

cti. nam ex ijs, quæ habes ad 15 propos. lib. 1. quatuor recti occupant totum spatium ad punctum centri; &, iuxta explicata ad axioma 10, omnes recti sunt æquales. &c.

II.

Ex hoc corollario habes praxim examinandi normam. Nam si geminæ regulæ occupent secundum latera tam interiora, quam exteriora quadrãtem peripheriæ descripti circuli, & anguli normalis verticis, tam interior, quam exterior præcisè attingant cẽtrum circuli, habes geometricam euidentiam ex anteced. corollar. & ex 27 propositione angulum normæ examinatæ rectum esse.

§ V.

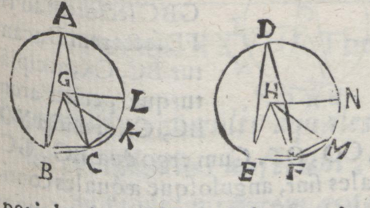
SCHOLION IV.

Propositio 33 lib. 6 Elem. huc opportunè.

IVxta nostram methodum, quæ ante lib. 3 habet è sexto, & quinto iam cognitionem doctrinæ de proportionibus, huc facit propositio 33 lib. 6, quæ pertinet ad doctrinam de circulo, de quà in hoc 3 libro; & probatur ex hac 27, quasi ampliatio ab æqualitate angulorum, & arcuum, quibus insistunt, ad proportionem angulorũ iuxta proportionem arcuum. &c. Est ergo propos. è lib. 6 sequens

Prop. 33. lib. 6. *In æqualibus circulis anguli eandem proportionem habent, quam peripheriæ, quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Quin & sectores, quippe ad centra constituti.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3



IN ęqualibus circulis ABC, DEF ad cētra GH constituti sint anguli BGC, EHF ad peripherias BAC, EDF. Dico esse, vt BC peripheria ad EF peripheriam, ita angulum BGC; ad angulum EHF; & BAC ad EDF: & insuper BGC sectorem ad EHF sectorem. Ponātur peripheriæ BC æquales quotcunque deinceps CK, KL: peripheriæ EF quotcunque æquales FM, MN, ducanturque GK, GL, HM, HN. Cum ergo peripheriæ CB, CK, KL æquales sint, *a* erunt & anguli BGC, CGK, KGL æquales; quam multiplex ergo est peripheria BL peripheriæ BC, tam multiplex est angulus BGL anguli BGC. Eadem de causa quam multiplex est peripheria NE peripheriæ EF, tam multiplex est angulus NHE anguli EHF. Si igitur peripheriæ BL, EN æquales sunt, erunt & anguli BGL, EHN æquales, & si peripheria BL quam EN maior est, erit & angulus BGL maior angulo EHN; & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ BC, EF, & duo anguli BGC, EHF; acceptæque sint peripheriæ BC, & anguli BGC æque multiplices peripheria BL, & angulus BGL. Peripherię vero EF & anguli EHF peripheria EN, & angulus EHN, demonstratumq; sit, si peripheria BL maior sit peripheria EN, & angulum BGL angulo EHN maiorem esse, & si æqualis æqualem; si minor, minorem: *b* Est ergo vt BC peripheria ad peripheriam EF, ita angulus BGC ad angulū EHF. Sed vt BGC ad EHF; *c* ita est BAC angulus ad EDF angulum, vterque enim vtriusq; duplus est: ergo vt BC ad EF, ita est BGC ad EHF, & BAC ad EDF. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

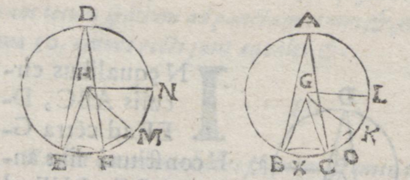
a *propos.* 27.3.

b *defin.* 5.5.

c *propos.* 15.5.

Di-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3



Dico præterea, vt est BC peripheria ad EF peipheriã, ita esse GBC sectorem ad HFE sectorem. Ducantur BC, CK; accipiãturque periferiarum BC, CK, puncta XO, & ducantur BX, XC, CO, OK. Cum ergo duæ BG, GC, duabus CG, GK æquales sint, angulosque æquales contineant,

d propos. 4.1. *d* erunt & bases BC, CK æquales. igitur & triangula BGC, GCK æqualia erunt; cumque peripheriæ BC, CK sint æquales, erit & reliqua BAC peripheria reliquæ C-

e propos. 27.3. AK æqualis; *e* ergo & angulus BXC angulo COK æqualis

f def. 11. 3. erit; *f* portiones ergo BXC, COK similes sunt, & sunt super æqualibus rectis BC, CK: *g* circulorum autem portio-

g propos. 24.3. nes super æqualibus rectis constitutæ, æquales sunt: portiones igitur BXC, COK æquales sunt. Sunt verò & triangula BGC, GCK æqualia; totus ergo sector BGC toti GKC est æqualis. Eadem de causa, erunt sectores GKL, GKC æquales: tres igitur sectores BGC, CGK, GLK æquales sunt. Eadem de causa erunt & tres HEF, HFM, HMN æquales. Quam multiplex ergo est peripheria BL peripheriæ CB, tam multiplex est sector GBL sectoris GBC. Eadem de causa quam multiplex est peripheria EN peripheriæ EF, tam multiplex est sector HEN sectoris HEF. Si ergo peripheria BL maior est peripheria EN, erit & sector BGL maior sectore EHN, et si æqua lis, æqualis, & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duę peripheriæ BC, EF, & duo sectores GBC, EHF; acceptæque sint peripheriæ BC, & sectoris GBC æque multiplices BL peripheria, & GBL sector; peripheriæ verò EF, & sectoris HEF peripheria EN, & sector HEN; demonstratumque sit, si BL maior sit quam EN, & sectorem BGL

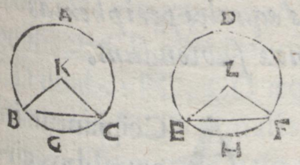
g defin. 5.5. maiorem esse sectore EHN; & si æqualis, æqualem, si minor minorem, *g* erit vt peripheria BC ad EF peripheriã, ita

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

ita GBC sector ad HEF sectorem. Manifestum ergo est esse, vt est sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.

Propos. XXVIII. Theor. XXV.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori, minorem autem minori.



Sint in æqualibus circulis ABC, DEF æquales rectę BC, EF auferẽtes peripherias maiores BAC, EDF, minores BGC, EHF. Dico tam maiores peripherias, quam minores æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur KB, KC; EL, LF; & sunt circuli æquales, [a] ergo & quę ex centris æquales erunt: igitur duæ BK, KC duabus EL, LF æquales sunt; sed & bases BC, EF æquale sunt, [b] erunt ergo & anguli BKC, ELF æquales: [c] æquales autem anguli æqualibus peripherijs insistunt cùm fuerint ad centra; ergo peripheriæ BGC, EHF æquales sunt; sed & toti circuli sunt æquales; reliquæ ergo peripheriæ BAC, EDF æquales quoq; erunt. Si ergo in ęqualibus circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *defin.* 1.3.
b *propos.* 8.1.
c *propos.* 26.3.

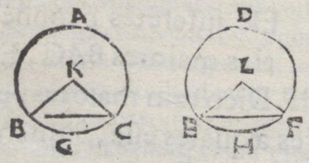
Scho-

SCHOLION.

Vide vsum huius 28 propos. in quadratione curuilinei apud nos in Apiar. 1, prælibam. 3, in demonstratione secunda propositionis 6. Ac tyronibus exhibe.

Propos. XXIX. Theor. XXVI.

In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

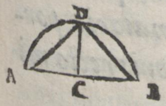


Accipiantur in æqualibus circulis ABC, DEF æquales peripheriæ BGC, EHF, & ducantur rectæ BC, EF. Dico rectas BC, EF æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & iungantur BK, KC; EL, LF. Cùm ergo
a *propos.* 27.3. peripheriæ BGC, EHF æquales sint, [a] erunt & anguli BKC, ELF æquales: & cùm circuli æ-
b *defin.* 1.3. quales sint, [b] erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo BK, KC duabus EL, LF æquales sunt,
c *propos.* 4.1. continentq; æquales angulos; [c] ergo & bases BC, EF æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propof. XXX. Probl. IV.

Datam peripheriam bifariam fecare.



ESto data peripheria ADB, quam bifecare oporteat, ducatur AB, [a] bifeceturque in C; & à [b] puncto C ducatur ipfi AB ad angulos rectos CD, iunganturq; AD, DB. Et quia AC æqualis eft CB, communis CD, erunt duæ AC, CD duabus BC, CD æquales, & angulus ACD angulo BCD æqualis; eft enim vterque rectus; [c] erit ergo & bafis AD bafi DB æqualis; [d] æquales autem rectæ æquales peripherias auferunt, maiorem maiori, & minorem minori, eftque vtraq; peripheriarum AD, DB minor femicirculo; quare peripheria AD æqualis eft peripheriæ DB: data ergo peripheria bifecta eft. Quod oportuit facere.

a propof. 10.1.
b propof. 11.1.
c propof. 4 1.
d propof. 29.3.

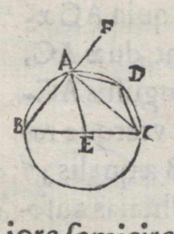
SCHOLION.

AD *praxim, præter eam, quam hic habet Euclides (in operatione pro folutione problematis in hac propof. 30) vtere praxibus, quas habes in 10.1 huius Aerarij ad propofit. 10 lib. 1.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propos. XXXI. Theor. XXVII.

In circulo angulus, qui in semicirculo rectus est; qui in portione maiore minor; qui in minore maior recto est. Insuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor est.



Esto circulus ABCD, diametrus BC, centrum E, & iungantur BA, AC, AD, DC. Dico angulum BAC in semicirculo rectum esse. ABC, qui est in portione maiore semicirculo, minorem; ADC, qui est in portione minore, maiorem recto. Ducatur AE, producaturque BA in F. Et quia BE, EA æqua-
a propos. 5.1. les sunt, [a] erunt & anguli EAB, EBA æquales. Rursus, quia EA, EC æquales sunt, erunt & anguli ACE, CAE æquales: totus ergo BAC duo-
b propos. 32.1. bus ABC, ACB æqualis est. [b] Est verò & FAC externus duobus ABC, ACB æqualis: æquales
c defin. 10.1. ergo sunt BAC, FAC; [c] ergo rectus vterq;. Quare angulus BAC in semicirculo BAC rectus est.
d propos. 17.1. [d] Et quia trianguli ABC duo anguli ABC, BAC duobus rectis minores sunt, BAC autem rectus est, erit ABC minor recto; & est in portione A-

BC

BC maiori ſemicirculo. Rurſus quia ABCD in circulo quadrilaterum eſt; quadrilaterorum autem in circulo deſcriptorum, qui ex aduerſo anguli duobus rectis æquales ſunt; erunt ABC, ADC duobus rectis æquales; & eſt ABC minor recto; reliquus ergo ADC maior; & eſt in portione minore ſemicirculo. Dico præterea maioris portionis angulum contentum peripherià ABC, & rectà AC maiorem eſſe recto; minoris verò portionis peripherià ADC, & rectà A, C contentum, minorem. Quod per ſe apparet. Cùm enim angulus rectis BA, AC contentus rectus ſit, erit, qui peripherià ABC, & rectà AC continetur, maior recto. Et cùm angulus rectis AC, AF contentus, rectus ſit, erit rectà AC, & peripherià ADC contentus, minor recto. Aliter demonſtratur BAC rectum eſſe. Angulus AEC duplus eſt anguli BAE, g æqualis enim eſt duobus internis & oppoſitis. Eſt verò & AEB duplus anguli EAC: anguli ergo AEB, AEC dupli ſunt anguli BAC at AEB, AEC æquales ſunt duobus rectis: ergo BAC rectus eſt.

e propoſ. 22.3.

g propoſ 32.1.

Corollarium.

Ex his manifeſtum eſt, ſi in triangulo vnus angulus duobus ſit æqualis, eum rectum eſſe,

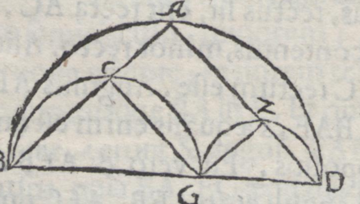
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

quod etiam, qui est ei deinceps duobus rectis
f defin. 10. 1. æqualis sit: f cum autem anguli deinceps æquales fuerint, recti sunt.

§ I.

Vsus opticus propos. 31.

Pars ea huius 31 propositionis, in qua demonstratur angulus rectus in semicirculo applicationem, & vsum insignem habet cum paradoxo apud Eucl. in Optic. theor. 50. Proble-
Proble- ma Opticum. *ma sit: Datis duabus magnitudinibus inæqualibus vnam tertiam componentibus, quis loca inueniat, vnde spectatæ nunc singulæ, nunc simul iunctæ, semper tamen appareăt æquales magnitudines? Inueniet ea loca hæc 31 propositio, ac demonstrabit. Audi, seu lege Euclidem*



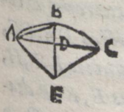
Sint duę magnitudines inæquales, maior quidem BG, minor verò GD, & circa vtrâque earum describâtur semicirculi BCG, & GZD. circa etiam totã BD, compositam ex duabus BG, & GD, describatur semicirculus BAD. angulus igitur, qui est in BAD semicirculo, æqualis est angulo, qui est in BCG semicirculo: vterq; enim rectus est (per 31. tertij Elem.) Æqualis ergo apparet BD ipsi BG. Similiter & BD ipsi GD ęqualis apparet oculis positis in punctis C, & Z duorum semicirculorum BCG, & GZD. &c.

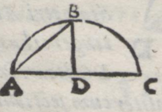
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

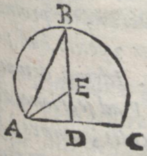
SCHOLION I.

Aliter exercere, & demonstrare propos. 25 ex hac 31 li. 3.

PRopositionem 25 exercebis, & demonstrabis facillimè ex hac priori parte huius 31 sic. Bifarietur ad angulos rectos recta subtensa datæ portioni circulari, & producatur recta bifariās vsque ad arcum, & ex alterà parte indefinitè protrahatur. Vide figuras Eucl. hic repositas, & finge ipsas bifariantes BD productas vltra E, & D. Ex iunctæ BA extremo A educatur perpendicularis. Vbi ea secabit lineam bifariātem, ibi erit terminus alter diametri, quæ bifariata dat centrum, ex quo ducitur arcus complens in circulum datam portionem circularem. Demonstratio est, quia deducta perpēdicülariter ex A continet cum AB angulum rectum in semicirculo. &c. Applica plurib. quæ paucis indicamus.







§II.

THEOREMA.

De lineis ductis à puncto contactùs semicirculorum, quæ omnes secantur in proportione sectæ diametri.

DEmonstratur ex hac 31 theorema Villalpandi, quo nos vniuersalius proposuimus in corollarijs ex Arania geometri-

zante

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

zante in Apiar. 1 prælib. 2, & id mox e seq. 32 soluimus. In quo theor. cùm agatur de lineis proportionalibus, tamen intelligetur à Tyronibus beneficio nostræ methodi, quæ huic 3 lib. præmisit sextum, in quo copiosè nos de lineis proportionalibus. Theorema est. Facto semicirculo, & sectà vt lubet diametro in varijs punctis, & per puncta sectionum ductis circulis se contingentibus in altero diametri extremi; quotcunq; ductæ à puncto contactùs ad varia puncta semicirculi maximi, secantur omnes minores in proportione sectæ diametri.

Pro nostrà methodo.

Sic vides, sectà diametro AD semicirculi ABCD in pũctis E, K, P, & per ea puncta ductis semicirculis ELD, KTD, PHD se in diametri AD extremo D cõtingentibus, rectas DB, DC, DO secari in punctis L, T, H, N, G, M, F, I, Q proportionaliter cum sectionibus E, K, P diametri AD. Nam anguli in B, L, T, H, C, N, G, M, O, F, I, Q in semicirculis, omnes recti, & æquales externis interni, ac proinde sunt parallelæ AB, EL, KT, PH, per 28 pri. & per 2 sexti, basi parallelæ secant latera AD, DB proportionaliter. Idemq; demonstrabitur eodem modo ductis rectis ab A, E, K, P ad sectiones rectarum CD, DO. Atq; etiam factis integris circulis, omnes à D vtrinq; ad diametrum secabuntur in eadem proportione cum diametro.

§ III.

Corollaria & Problemata geometrica de sectione rectarum in proportione datæ sectæ.

I.

Theorema.

E*X theoremate antecedenti habes pro corollarijs. Primum:* Omnes rectæ ductæ à communi puncto contactùs plurium circulorum se contingentium ad extremam peri-

peripheriam, secantur in eadem proportione. *Scilicet in eadem proportione sectionum diametri, quæ communis est circulis se contingentibus. Sectæ ergo sunt DB, DC, DO in eadem inter se proportione.*

II.

Secundum indicauimus in Schol. post § *9 ad* 10 *sexti:* Datas rectas quotcunque (quarum tamen maxima sit minor, quam ea, ad cuius similitudinem secandæ sunt) simul similiter, ac altera secta est, secare. *Puta rectam sectam in E, K, P, ad cuius similitudinem secandæ sunt tres DB, DC, DO; super AD describatur semicirculus ACD, & alij contingentes in D secantes in E, K, P. Tum rectæ datæ quæcunq; applicentur ex D in semicirculo ACD, & eæ à circulis contingentibus secabuntur simul omnes in proportione datæ, ac sectæ AD.* *Proble-ma.*

§ IV.

Vsus varij apud nos propositionis 31.

ERuditiones geometricas de problematibus localibus, è quorum genere est hoc de angulo recto in semicirculo, Aristotilis loca ex hoc explicata, praxes erigendæ perpendicularis, normæ examen, centri in circulo inuentionem aliter, quàm ex 1 *prop. huius, tangentis rectæ ad circulum deductionem, & plura alia problemata, theoremata, praxes, vsus, &c. demonstrata ex prima parte huius* 31 *propos. reuise apud nos in Tom.* 1. *huius Ærar. ad* 32 *prop. a* § 6 *ad seqq. Ibi eorum cognitionem attulimus Tyronibus, vbi pars hæc de angulo recto demonstratur ex* 32 *primi, (sine necessitate dilationis vsq; ad hanc libri tertij propositionē* 31) *ad plura demonstratiuè cognoscenda, quorum cognitione non fuere fraudandi Tyrones. Ibi ergo habes vnde huc transferas plura iucunda, & vtilia, quæ fæcunditatem ostendant primæ partis huius* 31 *propos.*

Quam etiam ornabis duobus theorematibus apud Eucl. in Opticis theor. 23, *&* 24. *Quæ demonstrantur ex vsu ang. recti in semicir-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

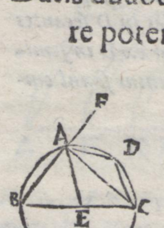
Paradoxum Opticum.

micirculo. Alterum eorum habet paradoxum: Oculo propius ad sphæram accedente minus de sphæra cernetur, quam oculo procul posito: plus tamen cerni existimabitur.

§V.

THEOREMA.

Datis duabus rectis lineis, inuenire, ac ostendere potentiam maioris supra minorem.



A*iunt Theonis esse eam propositionem:* Potentiam maioris lineæ supra minorem ostendere. *Quam nos expedimus hic ad hanc, & ope huius 31. Puta maiorem datarum esse BC; minorem alterutram BA, vel AC. Super maiore BC describatur semicirculus, & in eo ab extremo alterutro applicetur, puta, ipsa AC: iuncta AB erit latus quadrati, quo quadratum ex BC maius est quadrato ex AC. Patet ex 47 pri. est enim in triangulo rectangulo (per hanc 31) lateris BC oppositi angulo recto quadratum æquale duobus quadratis ex BA, AC; ergo detracto quadrato ipsius CA ex quadrato ipsius BC, reliquum quadratum ex AB est id, quo recta BC plus potest, quam minor AC.*

§VI.

Paradoxa de angulis segmentorum circuli. Extrema iuxta se posita. Transitus ab extremo ad extremũ sine medio, in angulis, & lineis.

Q*Vod ad alteram partem huius 31 propos. attinet, ea miris illustris est paradoxis, quorum non pauca habes apud nos*

in

in Apiar.3, progym.5, propos 9, & in Schol.

Vnde afferas ad hanc 31 ea, quæ possint Tyrones rapere in iucundam admirationem Geometricæ Philosophiæ prodentis ea, quæ, licet demonstrata, tamen habent instar monstri subruentis prima quædam principia in physicis, & alijs aliquibus artibus. Quis enim putet fieri transitum ab extremo ad extremum sine medio? extrema iuxta se immediatè posita? Rectus angulus est medius inter extremum excessus, idest anguli obtusi, & inter extremum defectus, idest anguli acuti, tamen ab angulo segmenti minoris semicirculo itur ad angulum semicirculi, vel segmenti maioris semicirculo, hoc est ab angulo, qui minor est recto ad angulum, qui maior est recto, sine transitu per angulum æqualem recto; vt in figura Euclidis vides recto maiorem sub curua BA, & recta AC immediatè positum cum angulo, qui minor est recto sub curua DA, & recta AC, siue etiam pro semicirculi angulo sub recta EA, & curua AD; iturq; à maiori BAC mixtilineo ad minora mixtilinea EAD, vel CAD, sine vllo mixtilineo, qui æquetur, vel æquari possit recto.

In circulari etiam linea conuexum, & concauum simul sunt, iturq; ab altero ad alterum sine rectà intermedia lineà. Quod paradoxum notatur etiam in veteri Schol. græco ad 21 prop. hu. apud Commandinum. *Circularis lineæ insigne paradoxũ.*

§VII.

SCHOLION II.

De angulo semicirculi, quòd sit æqualis recto hallucinationes aliquorum elustratæ.

Ex prædictis habes quid respondeas, & vnde arguas manifestæ fallaciæ Peletarium, Vietam, Iosephum Scaligerum, & si qui alij sunt ipsum etiam Archimedem reprehendentes, & nitentes probare angulum semicirculi æqualem recto. Vt angulus (inquiunt) omni obtuso minor, & omni acuto maior æqualis est re-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

cto; sic angulus semicirculi medius inter angulum maioris segmenti recto maiorem, & inter angulum minoris segmenti recto minorem, erit recto æqualis. Quæ obiectio, & illi aliæ similes indignæ sunt responsione apud eos, qui non superficiariè circa scientiam de superficiebus versantes nullo negotio possunt ostendere implicantias etiam in ijs, quæ patent sensui (quis enim non videat angulum semicirculi esse partem anguli recti ex diametro, & tangente?) & fallacias in istorum cauillationibus, dum acuti videri volunt, & pungere audent vel ipsum Archimedem, atq; expungere à geometricæ acutissimæ Philosophiæ demonstratis veritatibus ea, propter quæ sui habet admirationem apud ingenua ingenia. Relege quæ habes ad 16 huius apud nos in antecedentibus, præsertim § 2, ac multo magis, ac apertius in § 5 ad definitionem 4 lib. 5; vbi patet ex definitione 4 libri 5, angulum semicirculi non habere proportionem cum angulo recto, ac ideo paralogisticè comparari cum eo: & argumentationem paralogizantium valere de rectilineis, non de mixtilineis angulis cum rectilineis comparatis. &c.

§ VIII.

SCHOLION III.

Firmantia definitionem 11.

OMnes semicirculi sunt similes, idest habent proportionem æqualitatis ad reliquum, ac, ex hac 31, capiunt angulos æquales rectos. Portiones circulorum maiores, vel minores semicirculo sunt similes eæ (idest in eadem proportione ad reliquum sui circuli) solùm, quæ capiunt angulos minores, vel maiores recto, inter se æquales; variãtur, & abeunt à similitudine dum angulos variant ab æqualitate, &c. Vt rectè, ac doctè notatur etiam in Schol. græco veteri ad hanc 31 apud Commandinum.

Pro-

Propos. XXXII. Theor. XXVIII.

Si circulum quædam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum secans, erunt anguli, quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus consistũt.

TAngat circulum ABCD recta quædam BF in B, à quo ducatur alia BD secans circulum. Dico angulos, quos BD cum tangente facit, æquales esse illis, qui sunt in alternis circuli portionibus: hoc est, angulum FBD æqualem esse illi, qui est in portione DAB: angulum verò EBD illi, qui est in portione DCB.
[a] Ducatur enim ex B ipsi EF ad angulos rectos a propos. 11.1.
BA, & accipiatur in peripheria BD quoduis pũctum C, & ducantur AD, DC, CB; & quia circulum tangit recta quædam EF in B, & à tactu
B ducta est tangenti ad angulos rectos BA, [b] erit b propos. 19.1.
in BA centrum circuli: [c] angulus ergo ADB in c propos. 31.3.
semicirculo existens, rectus est: reliqui ergo BAD, ABD vni recto æquales. Sed & ABF rectus est, æqualis ergo angulis BAD, ABD: communis ABD auferatur; ergo reliquus DBF erit æ-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

qualis reliquo BAD in alterna circuli portione existenti. Et quia ABCD quadrilaterum est in circulo descriptum, d erunt anguli oppositi duobus rectis æquales: erunt ergo anguli DBF, DBE æquales angulis BAD, BCD; quorum BAD ostensus est æqualis DBF; erit ergo & reliquus DBE reli quo DCB in alterna circuli portione DEB existens æqualis. Si ergo circulum recta quæ iam, &c. Quod oportuit demõstrare.

d propos. 22.3.

§I.

Vsus Astronomicus propositionis 32.

A sole illuminatur plus quã hemisphæriũ Lunæ, ac Terræ.

IN Astronomià vsus, & applicatio est huius 32 propos. vt ostendatur à Sole illuminari plusquam hemisphærium Lunæ, ac Terræ.

Suppono aliquid è demonstratis apud Astronomos, & hic etiam apud nos indicandis.

Primum. Solem Terra esse maiorem. Quod patet in Apiario 9. Prog. 3. Propos. 10. versus finem numeri 1. margin. & Apiar. 2, Progym. 3. Propos. 7. Diameter enim Solis continet vndecim semidiametros terræ. &c.

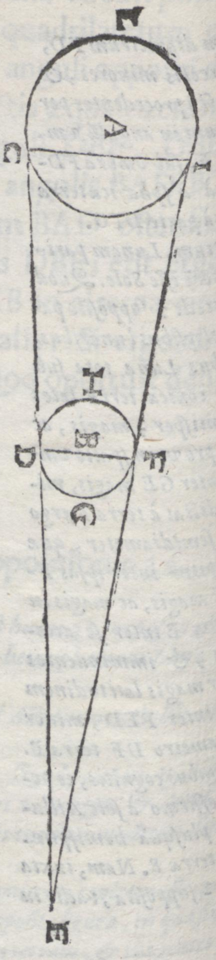
Secundum. Vmbram Terræ à Sole illuminatæ conicam esse: quod consequitur ex 1 supposito, vt patet in apposita figura, in qua finge Solem A, terrã B: radij à Sole tangentes terram, & iungentes semidiametros (siue illis proximè parallelas IC, DF) quoniam inæquales IC, DF iungunt, erunt anguli DCI, CIF inclinati versus mino-

minorem diametrum FD, hoc est rectis minores, & radij rectà procedentes per D, F, ibunt in angulũ vmbrosum E, sub vmbrà FD-E conicà à sphærica terræ vmbrosà parte DFG.

Tertium. Lunam pariter minorẽ esse Sole. Quod ex anteced. 2 supposito patet in eclypsibus lunaribus, in quibus Luna tota sub vmbra conica terræ latet aliquantisper, magis, ac minus pro vt in spatio vmbroso inter GE magis, minusue distat à terra B; ergo Lunæ semidiameter, quæ intercipitur inter ipsas F-E, DE magis, ac magis in angulum E inter se accedentes, & imminuentes semper magis latitudinem spatij inter FED, minor est diametro DF terræ B.

Quibus cognitis, ac positis, affirmo à sole A illustrari plusquã hemisphærium terræ B. Nam, iuxta 1, & 2 supposita, radio in

F tangente, ducta recta DF a puncto contatus facit angulum DFE recto minorem, & DFI recto maiorem; ergo DFE æqualem, per hanc 32, angulo, qui fieret in segmento FDH; DFI verò æqualem angulo in segmento FDG; ergo segmentum DFH, in quo angulus minor recto, maius est, per 31 huius, semicirculo, segmentũ DFG minus. &c.



Eàdem argumentatione ex hac 32 propos. elem. demonstrare licet Solis A partem hemisphærio minorem radios emittere in terræ partem FDH. Nam angulus ICD inclinationis est minor recto, ac æqualis illi, qui fieret in segmento CLI. Applica tu ex antecedentibus. Eadẽ item argumentatione probabitur & Lunæ partem hemisphærio maiorẽ à Sole illustrari. &c. Applica.

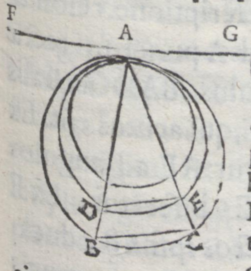
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§II.

Vsus geometricus prop. 32 in theoremate pro sectione rectarum in eàdem proportione.

Vsum habes huius pariter 32 in theoremate, quod est apud nos in Apiar. 1, prælibam. 2, ex Araneà geometrizante. Quo theoremate vtaris pariter ad praxim pro secandis in eàdem proportione pluribus simul lineis, non solum, vt dictum est in § 3, propos 31. anteced. sed etiam nullà habità ratione comparationis ad diametrum. Accipe igitur ex Apiar. sequentia.

Si duo vel plures circuli se se mutuo cõtingant, & à puncto contactus producantur rectæ lineæ secantes peripherias, a peripherijs & ipsæ rectæ proportionaliter secantur. *Theorema.*

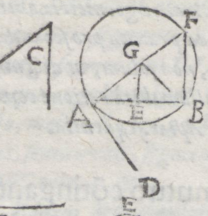


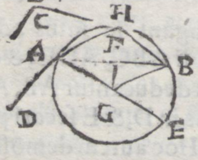
Ontingant se intus ad A circuli ABC, ADE, &c. & ab A deducantur AB, AC, &c. dico ipsas in D, & E secari proportinaliter. Hoc autem demõstrabitur si demõstrabitur iunctas BC, DE esse parallelas. Ducatur ergo tangens FG. Quoniam ex 32 tertij angulus FAB, quem recta AB facit ad contingentem FG, æqualis est angulis AED, ACB, qui in alternis segmentis consistũt, erunt per pri. axi. & ipsi AED, ACB inter se æquales, ac propterea parallelæ sunt BC, DE, & secant proportionaliter in D, & E latera trianguli ACB, *per prop. 2 li. 6.*

Pro-

Propos. XXXIII. Probl. V.

Super data recta describere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.





SIt data recta linea AB, datus angulus rectilineus C, & oporteat super AB portionẽ circuli describere, quæ angulum æqualem angulo C capiat. Angulus ergo C aut acutus, aut rectus, aut obtusus est. Sit primo acutus, vt in
a propos. 23.1. prima descriptione.[a] Constituatur ad A punctum rectæ AB angulus BAD æqualis angulo C, qui acutus erit. Ex
b propos. 11.1. [b] A ducatur AE ad angulos
c propos. 10.1. rectos ipsi AD; atque AB in E [c] bisecetur. Ex E
d propos. 11.1. [d] ducatur EG ad angulos rectos ipsi AB, ducaturq́; BG. Et quia AE æqualis est EB, communis EG; erunt duæ AE, EG, duabus EB, EG æquales, angulusque AEG angulo GEB æqualis; [e] erit ergo & basis AG basi BG æqualis. circulus ergo centro G, interuallo AG descriptus trãsibit etiam

per

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

per B. Describatur, & sit ABF, iungaturque FB. Cùm itaque diametro AF ab extremitate A ad angulos rectos sit ducta AD, [f] tanget ipsa circulum; cùmque circulum ABF recta quædam AD tangat, sitq; à tactu A in circulum ducta recta AB; [g] erit angulus DAB æqualis angulo AFB in alterna sectione AFB existenti: sed DAB est æqualis angulo C; igitur & angulus C æqualis erit AFB angulo. Super data ergo recta AB portio circuli descripta est capiens angulum AFB. æqualem angulo C. Sit iam angulus C rectus, sitque rursus super AB portio circuli capiens angulum recto C æqualem describenda [h].

f propos. cor. 16. 3.

g propos. 32.3.

Fiat angulus BAD angulo C æquales, vt in 2. descriptione: [i] AB in F bisecetur; & cẽtro F, interuallo FA, aut FB describatur AEB circulus. [K] Tangit igitur recta AD circulum, quod angulus BAD rectus sit: sed angulus BAD ęqualis est & angulo C, & angulo [l] AEB in alterna sectione: erit igitur & AEB angulo C æqualis. Descripta ergo est super AB portio circuli AEB capiens angulum AEB ęqualem angulo C. Sit tertio angulus C obtusus. [m] ponatur ei ad A rectæ AB æqualis BAD, vt in tertia descriptione, [n] ducaturq; rectæ AD ad angulos rectos recta AE; & AB, & in F [o] bisecetur, cui ex F ad [p] angulos rectos ducatur FG, & iungatur GB. Cum itaq;

h propos. 32.1.

i propos. 10.1.

K corol. prop. 16. 1.

l propos. 23.3.

m prop. 23 1.

n propos. 11.1.

o propos. 10.1.

p propos. 11.1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

AF æqualis sit FB, communis FG; erunt duæ FG, AF duabus FG, BF æquales, & angulus AFG angulo BFG

q propos. 4.1.

æqualis : [q] erit igitur & basis AG basi BG æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo GA descriptus transibit etiam per B, transeat vt AEB. Quia ergo diametro AE ab extremitate A ad angulos rectos ducta est AD, [r] tanget illa circulum; & cũ à tactu A in circulum ducta sit AB, [s] erit angulus BAD æqualis angulo AHB, qui est in alterna portione circuli AHB. Sed angulus BAD æqualis est angulo C, erit ergo & angulus AHB in alterna portione æqualis angulo C. Super data ergo recta AB descripta est portio circuli AHB capiẽs angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.

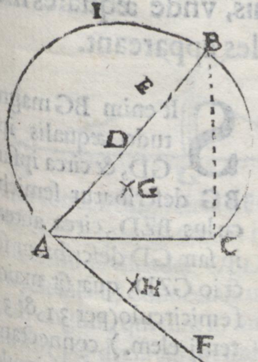
r cor. propos. 16.1.
s propos. 32.3.

§ I.

SCHOLION.

Aliter —

— Propositionem 33 huius, ac breuiter demonstrare.



*A*D *data AC extremum A constituatur angulus FAC dato æqualis, & ab A educatur perpendicularis AB. Lubito interuallo ex C, & A fiant mutuæ sectiones in G, H, per quas ducta recta, vel ad quas aptata regula, vbi secabit ipsam AB in D, erit ibi centrum prrtionis super AC describendæ, ac circuli AIBC. Deinde iuncta CB imaginaria in figura, dabit angulũ ad B quæsitum in portione, &c. vt in Eucl. &c. Quoniam enim, per dicta in 1. Tom. Aerar. ad propos. 10, recta ducta per H, G bifariat ipsam AC; ergo, per 1. huius, erit in bifariãte centrum, &, per 19. hu. est etiã in recta AB centrũ, ergo erit in communi sectione D, ne dicatur esse in duobus locis contra lemma nostrum ad 25 huius, § 1. Pari ratione in alijs casibus variorum angulorum. &c.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

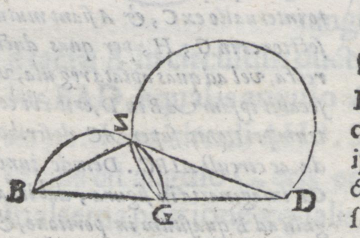
§ II.

Vsus opticus paradoxicus propos. 33.

INgeniosissima, & facillima praxis huius prop. 33, quæ vsus est antecedentis 31, inseruit apud ipsumet Euclidem in Opticis pro iucundis, & ex parte paradoxicis propositionibus, 48, 49, 51. Est ne locus, aut quis eum inueniat, ex quo duæ magnitudines, licet inter se æquales, tamen inæquales appareant oculo immoto ex eodem loco?

Theorema, & Paradoxum Opticum.

Est aliquis locus communis, vnde æquales magnitudines inæquales appareant.



SIt enim BG magnitudo æqualis ipsi GD, & circa ipsam BG describatur semicirculus BZD, circa autem ipsam GD describatur sectio GZD, quæ sit maior semicirculo (per 31, & 33 tertij elem.) connectanturq; rectæ BZ, ZG, ZD. Ergo angulus BZG, in semicirculo positus, maior est angulo GZD, qui est in maiore segmento (per 31 tertij Elem.) Quæ autem sub maiori angulo spectantur, maiora apparent (per 5 postul.) Quare oculo collocato in puncto Z maior apparet BG, quàm GD. Atqui BG ipsi GD posita est æqualis. Est ergo aliquis locus communis, vnde spectatæ æquales magnitudines inæquales apparent.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

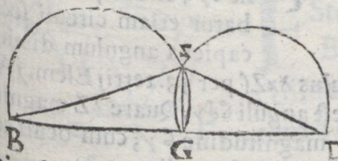
§III.

Vſus alter opticus paradoxicus propoſ. 33.

Problema, & Paradoxum Opticum.

V*Sus opticus alter. Datis inæqualibus magnitudinibus, eſt ne inuenire locum, ex quo magnitudines illæ appareant æquales oculo immoto ex eodem loco?*

Eſt aliquis locus communis, vnde inæquales magnitudines æquales apparent.



Theorema, & Paradoxum Opticum.

SIt enim BG magnitudo maior quam GD, & circa ipſam BG deſcribatur circuli ſectio BZG, quæ ſit maior ſemicirculo: circa itē ipſam GD deſcribatur circuli ſectio GZD, quæ ſit ſimilis ipſi BZG ſectioni, ideſt, quæ angulum comprehendat GZD æqualem angulo GZB (per 33 tertij element.) connectantur autem rectæ ZB, ZG, ZD. Cum igitur anguli, qui ſunt in ſimilibus ſegmentis, ſint inter ſe æquales (per decimam definitionem tertij element.) æquales ergo ſunt inter ſe GZB, & GZD anguli in ſimilibus ſectionibus deſcripti. Quę autem ſub æqualibus angulis cernuntur, æqualia apparent (per 7 poſtul.) Quare oculo collocato in puncto Z æqualis apparet magnitudo BG ipſi GD. eſt autem maior: Eſt igitur locus aliquis communis, vnde ſpectatæ inæquales magnitudines, æquales apparent.

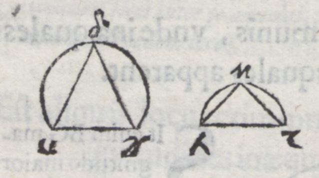
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§ IV.

Vsus opticus paradoxicus tertius propos. 33.

Proble-ma, & Parado-xumOp-ticum.

VSus opticus tertius. Inuenire loca, per quæ motus oculus datam magnitudinem videat auctam, vel imminutam in lubita proportione.



Sit enim recta linea λZ, circa quã describatur pro arbitrio sectio circuli, in qua describatur angulus λκZ; ipsi autem λZ æqualis sit ϐγ, circa quam describatur etiam circuli sectio capiens angulum dimidio minorem, quam sit angulus λκZ (per 33. tertij Elem.) Angulus ergo λκZ duplus est anguli ϐδγ. Quare λZ magnitudo duplo maior videtur magnitudine ϐγ, cum oculi collocantur in ϐδγ, & λκZ circumferentijs.

SCHOLIA ad praxes.

I.

QVoniam localia sunt problemata de angulis in eodem segmento æqualibus, idest vagantur anguli semper æquales per circumferentiam eiusdem segmenti, inuento segmenti centro, & fixo baculo, & chordà ad distantiam semidiametri, vt docuimus in antecedentibus ad propos. 20 huius § 3, erit iucundum circulariter oberrante oculo per varia variorum segmentorum puncta videre eandem magnitudinem modò, ver. gr. duplam in pluribus punctis, modò triplam in pluribus. &c. in auctione, vel imminutione; dum scilicet obiectum eleuatum sit iuxta oculi eleuationem, sintq; in eodem plano.

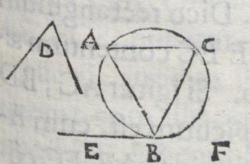
Pro

II.

Pro praxibus, siue vsibus opticis antecedentibus habes compendium geometricum à nobis in constructione nostræ demonstrationis in anteced. § 1 ad hanc 33, facilius, ni fallor, quàm in constructione Euclidianâ.

Propos. XXXIV. Probl. VI.

A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.



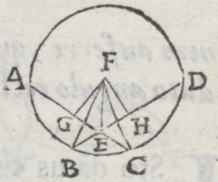
Esto datus circulus ABC, datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo ABC portionem auferre, quæ capiat angulum angulo D æqualem. Ducatur EF tangens circulum in B. [a] Constituaturq; ad B rectæ EF angulus FBC æqualis angulo D. Cùm ergo circulū ABC tangat recta EF, & à tactu B ducta sit BC, [b] erit angulus FBC æqualis angulo BAC in alterna portione BAC constituto: sed angulus FBC æqualis est angulo D, erit igitur & BAC in alterna sectione eidem angulo D æqualis. A dato ergo circulo ABC ablata est portio BAC capiens angulum æqualem dato angulo D. quod oportebat facere.

a propos. 23.1.

b propos. 32.3.

Propoſ. XXXV. Theor. XXIX.

Si in circulo duæ rectæ ſe inuicem ſecent, erit rectangulum portionibus vnius contentum æquale portionibus alterius contento.



SEcent in circulo ABCD ſe inuicẽ duæ rectæ AC, BD in E. Dico rectangulum AE EC contentum æquale eſſe DE, EB contento. Si igitur AC, BD per centrum tranſeant, perſpicuum eſt, cum AE, EC; DE; EB æquales ſint, etiam AE, EC cõtentum æquale eſſe DE, EB contento. Quod ſi per centrum non tranſeant: accipiatur centrum

a propoſ. 21.1. F, ab eoque ad rectas AC, DB [a] ducantur perpendiculares FG, FH, junganturq; FB, FC, FE. Et quia recta quædam GF per centrum ducta rectam quãdam AC non per centrum ductam

b propoſ. 3.3. ad angulos rectos ſecat, & [b] bifariam illam ſecabit: æquales ergo ſunt AG, GC. Cùm igitur recta AC in G æqualiter, in E inæqualiter ſecta

c propoſ. 47.1. ſit, [c] erit quod AE, EC continetur rectangulum, cum quadrato quod ex EG, æquale quadrato quod ex GC; ſi commune, quod ex GF, addatur

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

tur, erit quod AE, EC continetur, cum illis, quæ ex GE, GF quadratis, æquale illis, quæ ex CG, GF. [d] Sed illis, quæ ex CG, GF æquale est quod ex FC, illis verò, quæ ex GE, GF, æquale est quod ex FE: ergo quod AE, EC continetur, cũ eo quod ex FE, æquale est ei, quod ex FC (ęqualis autem est FC ipsi FB) ergo quod AE, EC continetur, cum illo quod ex EF, æquale est ei, quod ex FB. Ob eandem causam erit quod DE, EB continetur, cum illo quod ex FE, æquale ei quod ex FB. Ostensum est autem & id, quod AE, EC continetur, cum eo quod ex FE, æquale esse ei, quod ex FB; ergo quod AE, EC continetur cum illo, quod ex FE, æquale est illi, quod DE, EB continetur, cum illo quod ex FE quadrato; commune, quod ex FE, auferatur; & erit reliquum AE, EC contentum æquale reliquo DE, EB contento. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

[d] *propos.* 47.1.

SCHOLION I.

P*ropositiones hæ* 35, *&* *sequens* 36 *continent lemmata firmandis aliquibus problematibus ad* 16, *&* 17 *lib.* 6, *vbi praxes aliquas proportionalium linearum inueniendarum tradidimus, supponentes has hic* 35, *&* 36. *Hic ergo habes, quod supponunt illæ praxes ibi traditæ, vbi suus erat locus.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

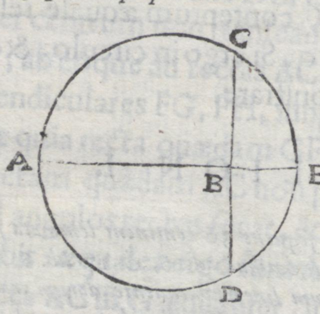
§I.

SCHOLION II.

Nostra methodus pro agnoscendis circuli admirandis in hac 35 prop.

Nostra methodus fauet propositionibus 35, & 36 huius libri, vt nunc hìc in illis videas mysteria aliqua pertinentia ad lineas proportionales post explicatum à nobis in antecedentibus librum sextum, quæ non licuisset aperire in libro tertio ante sextum, in quo de proportionalibus lineis copiosè à nobis expositum est.

Itaq; agnosce, mi Tyro, miram hanc circuli proprietatem, in quo binæ vllæ lineæ secare se non possunt, nisi proportionaliter, non autem temerè, vt fieri potest extra circulum; nec solum proportionaliter, sed etiam reciprocè, ita vt in vtraque sint antecedentes, & consequentes proportionum termini. Vt in AE antecedens est AB, & in CD consequens BC, sic in eadẽ CD antecedens est BD, & consequens BE in AE.



Quoniam enim iam didicisti è 16 lib. 6, quatuor datis rectis lineis, si extremarum rectangulum sit æquale rectangulo mediarum, eas esse ĩter se proportionales, vt prim. ad sec. sic tert. ad quartam, & in 14 eiusdem l. 6 vidisti parallelogrammorum æqualium, & habentium saltem vnum angulum angulo alterius æqualem, latera circa æquales angulos esse etiam reciprocè proportionalia, ac sunt rectangulorum omnes anguli æquales, nempè recti; dum hìc audis rectangulum sub AB, BE

æqua-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

æquale esse rectangulo ex CB, BD; ergo alterutrum eorum rectangulorum continet duas extremas, & alterum duas medias quatuor linearum reciprocè proportionalium. Velut AB, BE duæ extremæ, CB, BD duæ mediæ, ac proinde, vt AB ad BC, ita BD ad BE.

§ II.

Vsus circuli ex hac 35 propos. in Geometria speculatiua, & practicà, & in Arithmeticà.

Est ergo circulus fœcundissimus parens linearum proportionalium inueniendarum in hac 35. Ideo vsus insignes sunt ab hac, etiam extra tertium librum pro sexto, vbi de inuentionibus, & vsibus linearum proportionalium. Quin immo in 13 proposit sexti, vbi de mediæ proportionalis inuentione, habes vestigium vsus circuli, quasi in hac 35 lateat inuentio mediæ.

Circulus parens linearũ proportionaliũ.

Apud nos verò habes vsum circuli etiam pro tertia, & quarta proportionalibus inueniendis ex hac 35. in Apiar. 3, progym. 10. propos. 1, 2, 3, & in initio 2 partis 2. tom. Aerar. ad propos. 6, § 1. & ad propos. 17, § 2, 3, 4, 5. Ex hac eadem 35 habes inuentionem demonstratam lateris recti datæ parabiles, ad vsus eximios, Apiar. 7, progym. 3, propos. 3 & seqq.

Præterea reuise ad 16 propos. initio 2 partis 2. tom. Aerar. § 2, vsus duos eximios ex hac 35 in circulo pro operationibus Geometr. practicæ ad inueniendas ignotas, & inaccessas altitudines, latitudines, profunditates. Vsum etiam insignem, & quasi ortum aureæ regulæ proportionum in Arithmeticis ex mutua duarum rectarum sectione in circulo, recole ibid. § 3. Ex quibus hìc indicatis habes copiam ornandæ, ac illustrandæ huius 35 propos.

Inaccessas altitudines, latitudines, profunditates agnoscere ope circuli.

Regula aurea arithmetica, in & è circulo.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§ III.

Corollarium, ac Theorema.

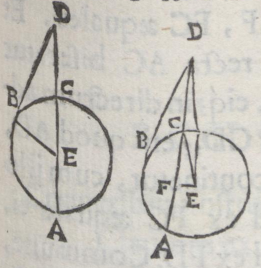
SI duæ rectæ mutuò ita secent se, vt earum segmenta sint reciprocè proportionalia, circulus ibit per earum extrema. *Iuxta à nobis exposita in § 2 antecedente ad hanc 35, circulus ductus per tria extrema A, C, E, ibit & per quartum D linearum, quarum segmenta reciproca sunt.*

Propos. XXXVI. Theor. XXX.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum vna circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.

EXtra circulum ABC sumatur quoduis punctum D, ab eoq; ad circulum cadant duæ rectæ DCA, DB, quarum DCA circulum secet, DB tangat. Dico rectangulum AD, CD cōtentum,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

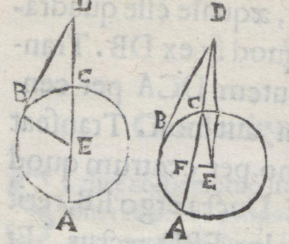


tum, æquale esse quadrato, quod fit ex DB. Transit autem DCA per centrum, aut non. Transeat primo per centrum quod sit E. Ductà ergo EB, a erit angulus EBD rectus. Et quia recta AC bisecatur in E, eiq; apposita est in directum CD, b erit quod AD, DC continetur, cum eo quod ex EC, æquale ei, quod ex ED; est verò EC æqualis ipsi EB: ergo quod AD, DC continetur rectãgulum, cum quadrato quod ex EB, æquale est ei, quod ex ED, quadrato. c Est autem quod ex ED æquale illis, quæ ex EB, BD quadratis, quòd angulus EBD rectus sit. Ergo quod AD, DC continetur, cum eo quod ex EB, æquale est illis, quæ ex EB, BD. commune, quod ex EB tollatur, eritque quod AD, DC continetur æquale ei, quod ex Tangente DB quadrato.

a propos. 18.3.
b propos. 6.2.
c propos. 47.1.

Sed iam DCA non transeat per centrum, accipiaturq; centrum E, d ab eoq; ad AC perpendicularis ducatur FE, iunganturq; EB, EC, ED; e erit ergo angulus EBD rectus. Et cum recta quædam EF per centrum ducta rectam quandam AC non per centrum ductam secet f ad rectos angulos, illam & bifariam secabit: sunt ergo

d propos. 12.3.
e propos. 18.3.
f prop. 3. 3.



go AF, FC æquales. Et quia recta AC bisecatur in F, eiq; in directum additur CD, g erit quod AD, DC continetur, cum illo quod ex FC æquale ei, quod ex FD. Commune, quod ex FE addatur, & erit quod AD, DC cõtinetur, cum illis quæ ex FC, EF, æquale illis, quæ ex FD, FE: illis autem, quæ ex DF, FE, h æquale est quod ex DE (est enim angulus EFD rectus:) illis verò, quæ ex CF, FE, æquale est quòd ex CE. Ergo quod AD, DC continetur, cum illo quod ex EC, æquale est ei, quod ex ED; i est autem EC æqualis ipsi EB: Ergo quod AD, DC continetur, cum illo quod ex EB, æquale est ei, quod ex ED: ei autem quod ex k ED æqualia sunt quæ ex EB, BD, cum angulus EBD sit rectus: ergo quod AD, DC continetur, cum eo, quod ex E B, æquale est illis, quæ ex EB, BD. Cõmune, quod ex EB tollatur, & erit quod AD, DC continetur rectangulum æquale quadrato ex tangente DB. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

g prop. 6.2.

h propos. 47.1.

i def. 15.

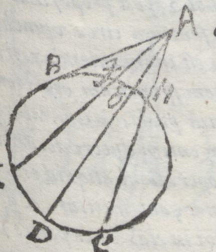
K propos. 47.1.

§I.

SCHOLION.

Conuersum nostrum Corollatij primi apud Clauium ex 36 propos.hu.li.3.

Corollarium est: si à communi puncto quotcunq; rectæ ducantur (circulum secantes) vsq; ad cauam peripheriam, rectangula sub totis, & parte inter punctum, & conuexam peripheriam omnia esse æqualia.



Velut ab A ductæ AC, AD, &c. constituunt duo rectãgula CA, AF, & DA, AG æqualia, quia scilicet, ex hac 36, sunt æqualia vni, eidemq́; quadrato tangentis AB. Si ergo rectarum à pũcto A segmẽta sint in circuli peripheria, rectangula sub totis, & segmẽtis, &c. æqualia sunt.

Conuersum nostrum est (quod alij ab absurdo probant) Si rectarũ ab vno puncto ductarũ segmenta cũ totis. &c. constituunt rectangula æqualia, sunt puncta sectionũ in circuli peripheria, idest circulus ductus per tria, ibit & per quartũ punctum sectionũ. Si rectarũ AC, AD ab A ductarum sectiones in F, G ita sunt, vt sub CAF, DAG rectangula sint æqualia, circulus per F, C, D ibit & per G, hoc est sectionum puncta F, G, D, C sunt in peripheria eiusdem circuli.

§2.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

§ II.

Vsus prop. 36 pro dimensione totius terrarum Orbis.

VSus egregius huius 36 propositionis est in inuentione diametri, & dimensione vniuersi terrarum orbis. Maurolycus in sua Cosmographia primus, ac ingeniosè, vt semper solet, ad tam insignem vsum traduxit hanc propositionem. Vide illum etiam citatum apud Clauium in cap. 1 sphæræ Sacrob.

Hac eadem 36 vsus est omnium exactissimè ad praxim Griembergerus. Cuius operationem, & demonstrationem ex hac 36 habes apud nos in Apiar. 2 progym. 3. Schol. 2, post prop. 7. Labor omnium Philosophorum geometricè versantium circa vsum hu. 36 pro terrarum orbis dimensione, positus est in inuenienda rectâ, quæ verè sit & recta, & tangens superficiem sphæricam orbis terreni. Ac licet præ alijs summa cum diligentiâ practicâ Griembergerus (vt videre licet in cit. Ap. 2) eam tangentem ducere docuerit; tamen etiã in ingeniosà, & exactâ eius operatione aliquid est, quod turbet. Nam ea linea (quam ille designat, aut metitur, ac dirigit iuxta perpendiculum incidens ad rectos in eius lineæ partes) quoniam perpendiculum semper tendit ad terræ centrum, quanto magis producitur ea tangens extra superficiem terreni orbis, perpendiculum semper obliquius procedit, & producit lineam non rectã, sed curuatam (licet fortasse non valde ad sensum) in cuius partibus facit angulos rectos versus centrum, & externos æquales internis, quales fiunt in quotidianis operationibus à perpendiculis super planis breuibus terræ curuaturam tangentibus.

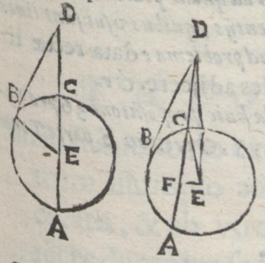
Tangẽs recta superficiẽ terræ vix potest duci.

Nos cum Maurolyco, & alijs putamus satius esse, in hisce applicationibus geometricis circa materias physicas, vti ope naturæ potius, quam artis in naturalibus. Itaq; cum natura vtatur radio visuali per breuissima, idest per rectam lineam directo, vtemur nos etiam hic (vt & in cit. Apiar. 2 aliter vsi sumus) radio visuali pro tangente, atq; hanc 36 propos. faciliore fortasse opera, quam alij tradu-

In applicationibus geometricis ad physica melius est vti naturalib. adminiculis potius, quã artificialibus.

traducemus ad insignem hunc vsum dimetiendi totum terrarum orbem, non sine ope propos. 17 sexti. Cui operationi conducet mirificè nostra methodus, per quam præcessit 17 prop. sexti. Vtemur modo hìc faciliore non solum, quàm est ille, quo vsi sumus in cit. Ap. 2, sed etiam in Analecto 5, in quarta editione nostrorum Apiariorum.

Finge igitur in fig. Eucl. terrarum orbem esse circulum CBA, & oculum in B propè superficiem terræ, vel maris, vbi possit in aperta planitie amplissima, vel in superficie tranquilli maris, ac in tempestate serenissima, & quàm maximè licebit à vapribus libera, possit, inquam, spectare procul, & incidat visoria linea BD in verticem D turris alicuius CD, vel scopuli, vel montis, arboris etiam alicuius procerissimæ. Quæ omnes magnitudines ab arte, & à natura perpendiculariter erectæ, & directæ sunt ad centrum E.



Notæ sunt mensuræ vtraq; linea BD, DC per modos, quos indicauimus in cit. Ap. 2. prog. 3. prop 7, atque etiam docuimus in antec. prog. 1, & 2 eiusdem Ap. 2, & in 1 parte Tomi 2, ad 4 prop. elem. 6. Quoniam igitur quadratum, per hanc 36, distantiæ BD est æquale rectangulo sub altitudine CD, & sub recta DA, ergo, per 17 sexti, erunt tres lineæ proportionales CD, DB, DA. Notæ sunt in mensuris lubitis prima CD, & secunda DB, ergo, per regulam auream dabitur in ijsdem mensuris, quæ quæritur, tertia DA; scilicet diuidendo numerum ipsius BD per numerum ipsius DC; ac erit Quotiens numerus ipsius DA, ex quo si detrahas numerum ipsius CD, reliquus erit numerus indicans quantitatem diametri CA, terræ CBA. Ex qua deinde licebit elicere non solum ambitum circuli CBA in terrâ maximi, hoc est ipsius Orbis terreni, sed etiam superficiem, & soliditatem totius Orbis terreni, iuxta modos à nobis vsurpatos in cit. propos. 7. prog. 3. Apiar. 2. Ac multo facilius, & demonstratiuè iuxta vsum mirificum centri grauitatis à nostro Guldino proditum, & à nobis expositum in exemplis facientibus ad hanc terræ trinam dimensionem in Analecto 7.

ad quartam editionem Apiariorum, & non semel in tribus Tomis huius Aerarij. Vide & in 2 sect. Breuiarij stereom. in To. 3. huius Aerarij.

Apud nos modi quatuor dimetiẽdi Orbẽ terrarũ.

Habes hactenus à nobis in hoc Aerario quatuor modos dimetiendi orbis terrarum; I ex Eratosthene ad 29 pri. II ad 8 sexti. III ad desin. 11 huius. IV hìc ad hanc 36.

§ III.

Vsus alij propos. 36.

Inuentiones linearum proport. ex hac 36.

V*Sus etiam alios habes nostros huius 36 pro inuentionibus linearum proportionalium ad quam plurima ea omnia in omnibus artibus, ac scientijs, quibus vsui sunt lineæ proportionales, ac nostrum etiam illud problema:* datæ rectæ lineæ duas extremas proportionales adijcere. *&c.*

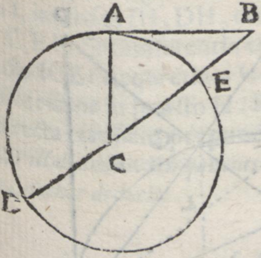
Vide, vnde hùc adducas illustrandæ huic propositioni 36 pro Tyronibus, Apiar. 3, Prog. 10, propos. 4, 5, &c. & in 2 parte Tomi 2 ad propos. 16, & 17.

§ IV.

Problema in Opticis Vitellionis solutum ex hac 36 propos.

H*Vc facit problema, quod est propositio 12 lib. 1. Opticæ Vitellionis, quod & Clauius in sua ad hanc 36 Scholia sibi assumpsit. Verba Vitellionis sunt:* Positis duabus lineis, possibile est vni ipsarum linearum aliam adiungere, in ita, vt illud, quod fit ex ductu totius lineæ cum adiunctà in adiunctam, æquale sit quadrato reliquæ datarum. *Finge in apposita figura datas duas, & extra circulum esse BA, ED, sitq; alterutra earum, ipsi ED, adiungenda alia ita, vt rectangulum sub ED cum adiuncta, & sub adiuncta, sit æquale quadrato reliquæ da-*

tæ BA. Bifariatæ ED datæ semidiametro CA describatur circulus DAE, & educatur ab extremo A semidiametri ipsa tangens AB æqualis alteri datæ BA. Per centrum C iungatur DB; erit illa quæ quæritur, scilicet ipsa data ED cum adiuncta EB, quæ in vnam lineã componitur, cuius rectãgulum sub data ED cum adiũcta EB,



& sub adiuncta EB, est æquale quadrato datæ BA, per hanc 36.

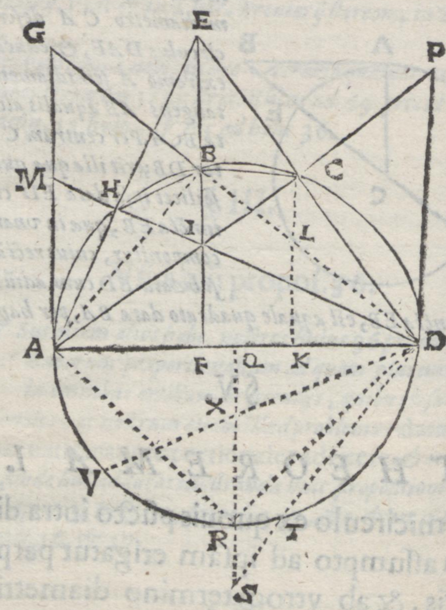
§V.

THEOREMA I.

Sin in semicirculo ex quouis pũcto intra diametrum assumpto ad ipsam erigatur perpendicularis, & ab vtroq; termino diametri duæ rectę ducantur se mutuò secantes intra semicirculum in aliquo puncto lineę perpendicularis: aliæ duæ rectæ ductæ ab ijsdem terminis diametri per puncta, in quibus priores duæ secant circumferentiam, si producantur, concurrent etiam ipsæ extra semicirculum in idem pũctum erectæ perpendicularis.

Ex vtroque termino A, D diametri AD ductæ sint duæ rectæ AC, DH se mutuo secãtes intra semicirculũ ABD, in pũcto I perpẽdicularis FB, dico rectas quoq; AH, DC protractas cum eadem perpendiculari cõcurrere

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3



in eodem puncto, verbi gratia, E. Concurrat enim recta AH cum protracta perpendiculari AB, in E, nectaturque CE. Quoniam igitur rectangulum sub EA, AH, [a] æquale est rectangulo sub CA, AI, erunt [b] quatuor puncta H, I, C, E, in circumferentia circuli, & ideo anguli oppositi ECI, EHI in quadrilatero HICE, [c] duobus rectis æquales. Sed angulus EHI rectus est, vtpotè æqualis angulo AHD in semicirculo; ergo & angulus ECI rectus erit, æqualisq; angulo recto [d] ACD. Quare cum anguli ACE, ACD sint æquales duobus rectis, erunt [e] rectæ CD, CE vna linea recta, & consequenter protracta etiam recta DE transibit per punctum E. Non aliter demonstrabitur rectas AC, DH, secare perpendicularem in eodem puncto I, si prius ductæ fuissent rectæ AE, DE, ad punctum E, extra semicirculum

a § 37 ad 4 l. 6.
b § 1 ad 36 hui.
c 22 tertij.
d 31 tertij.
e 14 primi Euc.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

culum secantes eiusdem circumferentiam in punctis H, C. Nam ductà, verbi gratia, AC secante perpendicularem FB in I, iunctisq; IH, DH, erunt vt prius quattuor puncta H, I, C, E in circumferentia circuli, & angulus IHE æqualis recto ICE f Atqui etiam HD cum eadem recta AE facit angulos rectos in puncto H. Ergo rectæ HI, HD sunt vna linea recta transiens per punctum I. Quod erat demonstrãdum. *Villalpandus. Ex quo eius theoremate præclara sequentia idem Author deducit.* f 31 tertij.

§ VI.

COROLLARIUM.

In quouis triangulo ex tribus angulis si dimittãtur perpendiculares in latera opposita, sese mutuò secabunt in eodem puncto.

NAm in triangulo oxygonio ADE demissa sit ex E perpendicularis EF, & circa AD describatur semicirculus AHCD secans latera AE, DE in H, C, nectanturq; AC, DH, quæ g ad eadem latera AE, DE perpendiculares erunt. Quare ex ijs, quæ proximè sunt demonstrata, eædem rectæ AC, DH, se mutuo secabunt in eodem puncto I, cum perpendiculari EF, in qua se muto secant aliæ duæ AHE, DCE. Deinde sit triangulum, verbi gratia, AID, amblygonium, & ex angulo obtuso AID demissa perpendicularis IF, quæ intra triangulum cadet: reliquæ verò duæ perpendiculares AH, DC cadent in latera DI, AI protracta. Dico easdem tres perpendiculares FI, AH, DC concurrere in idem punctum E. Descriptus enim semicirculus circa basim AD, transibit necessario h per puncta HC. Cum igitur AC, DH intra semicirculum con-

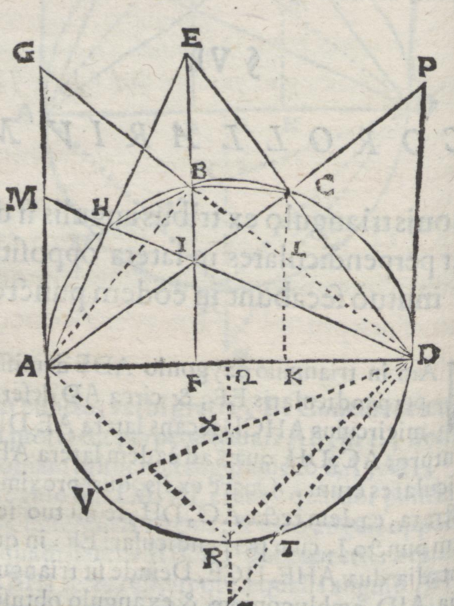
g 31 tertij

h § 1 ad 36 hu.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

conueniant in eodem puncto I perpendicularis FI; conueniunt etiam rectæ AH, DC cum eàdem perpendiculari in alio puncto E.

Postremò quod ad triangulum rectangulum attinet, cũ in eo duæ perpendiculares demissæ ex angulis acutis sint, ipsamet latera trianguli circa angulum rectum, patet tertiam perpendicularem demittendam ex angulo recto se mutuò secare cum reliquis in eodem puncto, in quo existit angulus rectus. Ergo. &c. *Villalp.*



SCHOLION I.

E*§ 37 ad 4 li. 6, AB, vel DB est media proportionalis inter AH, AE, & inter AI, AC, ergo quadrato eidem ex AB, vel ex DB sunt æqualia rectangula EAH, CAI.*

Scho-

SCHOLION II.

P*Roclus lib.2, cap.7 vbi affert exemplum propositionis, quæ nō sit elementum, sed elementaris:* Exempli gratià. A triangulorum angulis ad latera ductas perpendiculares in vno signo coincidere. *Habes exempla in anteced. ex Villalp. Vide & Commandinum ad propos.62 lib.7 Pappi.*

§VII.
THEOREMA II.

Si in semicirculo ab vtroque termino diametri duæ rectæ ducantur, se mutuò secantes intra semicirculum, & ab eisdem terminis, per puncta in quibus ductæ secant circumferentiam, ducantur duæ aliæ rectæ concurrentes extra semicirculum; recta, quæ coniungit vtrumq; punctum concursûs, erit ad diametrum perpendicularis.

In semicirculo ABCD ex terminis A, D diametri AD ductæ sint rectæ AC, DH se mutuò secantes in I, & circumferentiam in C, H: per C, H, ex ijsdem terminis A, D eductæ sint DC, AH concurrentes in E. Dico rectam EI, quæ iungit vtrumq; punctum concursûs E, I, esse perpendicularem ad diametrum AD. Producatur enim vsq; ad F; atq; ex I, intelligatur demissa perpendicularis IF, quæ cum protracta [a] transeat per E, erit perpendicularis IF, vna eademq; linea cum recta EI, hoc est cū recta EIF: atq; icirco etiam recta EIF erit ad diametrum AD perpendicularis. Quod erat demonstrandum. *Villalpandus.* CO-

a § 5 *ad* 31 *huius.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

COROLLARIVM.

HInc patet noua ratio demitiendi lineam perpẽdicularem in datam rectam lineam ex puncto dato; Si enim data foret recta AD, & puuctum E, descripto semicirculo ABD quouis interuallo, ex quouis pũcto rectæ AD, iunctisq; AE, DE secantibus circumferentiam in H, & C, si iterum nectantur DH, AC, illæ se mutuò secabunt in puncto I, per quod ducta recta ex puncto E, necessariò est perpendicularis ad rectam AD, vt demonstratum est. *Villalp.*

SCHOLION.

Demonstratio praxis ad propos. 12 lib. 1, § 4.

QVæ ex antecedentibus § 7, & Corollario Villalpandi satis constat.

Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

Propos. XXXVII. Theor. XXXI.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ cadant, quarum vna circulum secet, altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, quæ inter pũctum, & curuam peripheriam est, continetur rectangulum æquale quadrato, quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

SVmatur extra circulũ ABC punctum D, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ DCA, DB; quarum DCA secet, DB incidat circulo. Sit autem quod AD, DC continetur rectangulum, ęquale quadrato quod fit ex DB. Dico DB circulum tangere. [a] Ducatur enim DE circulum tangens, sumptoq; centro F, iungantur FE, FB, FD, [b] & erit angulus FED rectus. Et quia DE tangit, DCA secat circulum, [c] erit quod AD, DC continetur æquale ei, quod ex DE; ponitur autem & quod AD, DC continetur, æquale ei quod ex DB; ergo quod ex DE æquale est ei, quod ex DB: æquales sunt ergo DE, DB: [d] sunt verò & FE, FB æquales: duæ igitur DE, EF duabus DB, BF

a propos. 17.3.
b propos. 18.3.
c propos. 36.3.
d defin. 15.1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3

e propos. 8.1.

æquales sunt; & basis FD communis; e angulus ergo DEF æqualis est angulo DBF; est autem DEF rectus; ergo & DBF rectus est. Et BF, si producatur, est diametrus; f quæ autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulum tangit. Idem demonstrabitur pari modo si centrum sit in AC. Si ergo extra circulũ, &c. quod oportuit demonstrare.

f corol. prop. 16. 3.

APPENDIX

In qua --
--- Campi Geometrici, & Materia pro Quinto Tomo Ærarij ex lib. 3, & ad eum.

§I.

Ad conica, & è conicis plurima ad hunc lib. 3.

1 *IN Ap. 3, Progym. 2 ad finem scholij tertij post propos. 4, vbi ostendimus miraculum illud geometricum de linea recta asymptoto ad lineam hyperbolicam, monuimus, & indicauimus (quod, & hic in loco facimus) ex demonstratis à nobis prodire ab angulo contactus eam non coincidentiam duarum semper magis, ac magis inter se accedentium. Addimus hic nunc, quemadmodum ex hoc lib. 3 non pauca in conicis egregia ab ipsomet Apollonio demonstrantur, sic & plura alia posse demonstrari ex propositionibus huius lib. 3 pertinentia ad conicarum sectionum admirandas proprietates.*

2 *Immò in conicis Apollonij in promptu iam sunt plurimæ, ac mirificæ affectiones de ipso circulo (qui quarta est è sectionibus conicis, ac iure suo conicorum elementorum præcipua in hunc lib. 3 aduocat) demonstratæ, quæ possint mirificè ditare hoc elementum geometricum tertium, & animos auditorum imbuere noua cognitione, extra hunc lib. 3, rerum iucundarum pertinentium ad circulum, de quo propriè, variè, & copiosè agitur in hoc 3 elem. Vide, scrutare, relege apud Apollonium, & huc appone saltem aliqua eorum, quæ nos fortasse aliquãdo in Quinti To. partem aliquam compingemus, si vires, & animus ad vtiliora moralia iam pridem*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.3